Dipartimento di Ingegneria "Enzo Ferrari"
Corso di Campi Elettromagnetici - a.a. 2014/15

Appello del 16/7/2015 - Soluzioni

Soluzioni ai quesiti

Esercizio 1

Domanda di teoria, si vedano il testo e gli appunti delle lezioni.

Esercizio 2

Dai dati forniti si ricavano:

$$\begin{aligned} \omega &= 9.42 \cdot 10^7 \\ \beta &= \frac{\omega}{v_p} = \frac{\omega\sqrt{\epsilon_r}}{c} \end{aligned}$$

da cui

$$\epsilon_r = \left(\frac{\beta\, c}{\omega}\right)^2 = \left(\frac{0.455\ \cdot 3 \cdot 10^8}{9.42 \cdot 10^7}\right)^2 = 2.247 \qquad (a)$$

Il vettore campo magnetico vale

$$\overline{H} = \frac{1}{\eta}\hat{k} \times \overline{E}$$

con

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_0\epsilon_r}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{377}{1.499} = 251.5\,\Omega$$

Sostituendo, si ricava:

$$\overline{H}(x,z) = \frac{80}{251.5}\,cos(9.42 \cdot 10^7\ \cdot 11 \cdot 10^{-9})\,\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = 0.16\,\hat{z}\ A/m \qquad (b)$$

Esercizio 3

Come si può facilmente verificare, il mezzo considerato è un conduttore. Pertanto:

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 15}{2}} = 17.2\,m^{-1}$$

Da cui

$$\overline{E}(z) = 20\,e^{-17.2\,z}\,e^{-j17.2\,z}\,\hat{\imath}\ V/m \qquad (a)$$

Impedenza intrinseca e spessore di penetrazione valgono:

$$\begin{aligned} \eta_c &= (1+j)\frac{\alpha}{\sigma} = (1+j)\frac{17.2}{15} = (1+j)\,1.14\,\Omega \qquad (b) \\ \delta &= \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{17.2} = 5.8\ cm \qquad (c) \end{aligned}$$

Un'attenuazione di 6 dB corrisponde alla riduzione dell'ampiezza a 1/4 del valore iniziale. Pertanto:

$$\begin{aligned} e^{-17.2\,l} &= \frac{1}{4} \\ l &= -\frac{1}{17.2}\ln(1/4) \\ l &= 8\ cm \qquad (d) \end{aligned}$$

Esercizio 4

L'impedenza di carico normalizzata vale $z_L = Z_L/Z_0 = 2.5$.
L'impedenza normalizzata di ingresso alla distanza $\lambda/4$ dal carico è l'inverso del valore di carico, pertanto:

$$\begin{aligned} z_i(\lambda/4) = \frac{1}{z_L} &= \frac{1}{2.5} = 0.4 \Rightarrow Z_i(\lambda/4) = 20\ \Omega \qquad (a) \\ \rho_i(\lambda/4) = \frac{z_i - 1}{z_i + 1} &= \frac{0.4-1}{0.4+1} = -0.42 \qquad (a) \end{aligned}$$

Alla distanza di $\lambda/3$ dal carico, l'impedenza di ingresso vale

$$z_i(\lambda/3) = \frac{z_L cos(\beta l) + j sin(\beta l)}{cos(\beta l) + j z_L sin(\beta l)}$$

sostituendo $\beta l = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{3} = \frac{2}{3}\pi$:

$$\begin{aligned} z_i(\lambda/3) &= \frac{2.5 \cdot (-0.5) + j0.866}{-0.5 + j2.5 \cdot 0.866} = \\ &= \frac{(1.25 + j0.866)(-0.5 - j2.165)}{(-0.5 + j2.165)(-0.5 - j2.165)} = \\ &= ... \\ &= 0.53 - j0.57 \Rightarrow Z_i(\lambda/3) = (26.5 + j28.5)\ \Omega \qquad (b) \\ \rho_i(\lambda/3) &= \frac{z_i - 1}{z_i + 1} = ... = -1.04 + j0.60 \qquad (b) \end{aligned}$$

Poichè la linea è chiusa su un carico puramente reale, l'adattatore $\lambda/4$ può essere collocato direttamente sul carico, con impedenza caratteristica $Z_0' = \sqrt{Z_L\, Z_0} = \sqrt{125 \cdot 50} = 79\,\Omega$. In alternativa, è possibile collocare l'adattatore a distanza $\lambda/4$ dal carico, con impedenza $Z_0' = \sqrt{Z_i(\lambda/4)\, Z_0} = \sqrt{20 \cdot 50} = 31.6\,\Omega$ (c).

Esercizio 5

Dai dati forniti si ricavano:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{V_g Z_0}{R_g + Z_0} = \frac{20 \cdot 50}{25 + 50} = 13.3\ V \\ \rho_L &= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{80 - 50}{80 + 50} = 0.23\ \Omega \\ \rho_g &= \frac{R_g - Z_0}{R_g + Z_0} = \frac{25 - 50}{25 + 50} = -0.33\ \Omega \\ \tau &= \frac{l \cdot n}{c} = \frac{30 \cdot 2.5}{3 \cdot 10^8} = 0.25\ \mu s \end{aligned}$$

I grafici richiesti sono mostrati in figura 1.

Esercizio 6

Dai diagrammi di radiazione forniti si ricavano immediatamente gli HPBWs sui due piani:

$$\begin{aligned} \beta_\theta &= 180° = \pi \\ \beta_\phi &= 30° = \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

da cui è possibile calcolare la direttività:

$$D \approx \frac{4\pi}{\beta_\theta\, \beta_\phi} = \frac{4\pi}{\pi\, \frac{\pi}{6}} = 7.630 = 8.82\, dB \qquad (a)$$

Direttività e guadagno sono legati dall'efficienza di radiazione ξ, pari a:

$$\xi = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{loss}} = \frac{50}{50 + 20} = 0.714$$

Da cui:

$$G = \xi\, D = 0.714 \cdot 7.630 = 5.46 = 7.37\, dB \qquad (b)$$

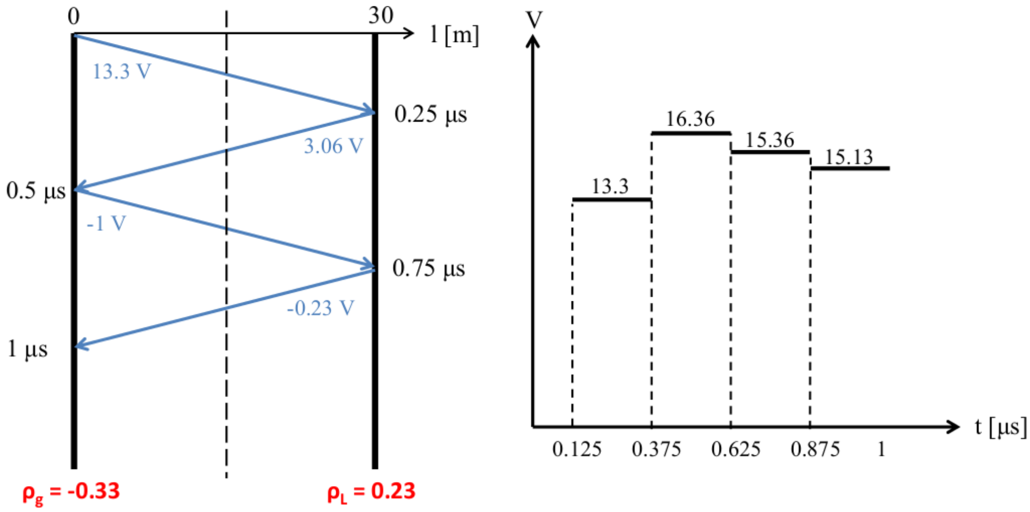

Figura 1: Grafici relativi all'esercizio 5.

Esercizio 7

Invertendo la formula del radar, si ricava il guadagno d'antenna richiesto:

$$G = \sqrt{\frac{(4\pi)^3\, R^4\, P_R}{P_T\, \sigma\, \lambda^2}}$$

sostituendo $\lambda = c/\nu = 2$ cm si trova

$$G = \sqrt{\frac{(4\pi)^3 \cdot (150 \cdot 10^3)^4 \cdot 10^{-12}}{150 \cdot 10^3 \cdot 1.5 \cdot 0.02^2}} = ... = \sqrt{1.11 \cdot 10^{10}} = 105356 = 50.2\, dB \qquad (a)$$

La massima distanza a cui è possibile rilevare un oggetto con sezione radar pari a 10 m^2 si ricava invertendo nuovamente la formula del radar e sostituendo il valore di guadagno appena trovato:

$$\sqrt[4]{\frac{P_T\, G_T^2\, \sigma\, \lambda^2}{(4\pi)^3}} = \sqrt[4]{\frac{150 \cdot 10^3 \, \cdot \, 105356^2 \, \cdot \, 10 \, \cdot \, 0.02^2}{(4\pi)^3}} = \sqrt[4]{3.36 \cdot 10^{21}} = 240713 \approx 240\, km \qquad (b)$$