Dipartimento di Ingegneria "Enzo Ferrari"
Corso di Campi Elettromagnetici - a.a. 2015/16

Appello del 22/2/2016 - Soluzioni

Soluzioni ai quesiti

Esercizio 1

Domanda di teoria - si veda testo.

Esercizio 2

L'onda si propaga in un conduttore, pertanto:

$$\begin{aligned}
\alpha \approx \beta &= \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36}{2}} = 16.85\ m^{-1} \qquad (a), (b) \\
\eta_c &= (1-j)\frac{\alpha}{\sigma} = (1+j)\frac{16.85}{36} = (1+j)\,0.468\ \Omega \qquad (c)
\end{aligned}$$

La distanza z che l'onda deve percorrere per ridurre la sua ampiezza al 2% del valore iniziale è data da:

$$\begin{aligned}
e^{-\alpha z} &= 0.02 \\
-\alpha z &= \ln(0.02) \\
z = \frac{\ln(0.02)}{-\alpha} &= \frac{3.91}{16.85} = 0.232\ m = 23.2\ cm \qquad (d)
\end{aligned}$$

Esercizio 3

Dai dati forniti si ricavano:

$$\begin{aligned}
|\rho| &= \sqrt{\Re e[\rho_i]^2 + \Im m[\rho_i]^2} = \sqrt{0.312^2 + 0.541^2} = 0.6245 \\
\angle\rho_i &= atan\left(\frac{\Im m[\rho_i]}{\Re e[\rho_i]}\right) = atan\left(\frac{-0.541}{0.312}\right) = -1.047\ rad = -60^\circ
\end{aligned}$$

Tracciando sulla carta di Smith la circonferenza a $|\rho|$ costante e leggendo l'impedenza per $\angle\rho_i = 60^\circ$ si trova $z_i = 0.8 - j1.4$. Per calcolare l'impedenza di carico è sufficiente ruotare sulla circonferenza $|\rho|$ costante in senso antiorario di 90°, corrispondenti a una distanza di 0.125λ, individuando l'impedenza di carico $z_L \approx 2 + j2$, ovvero $Z_L = (100 + j100)\ \Omega$ (a).
Il rapporto d'onda stazionario si legge in corrispondenza dell'intersezione dx della circonferenza a $|\rho|$ costante con l'asse delle impedenze reali e vale ROS ≈ 4.25.
Le condizioni di adattamento possono essere ricavate mediante la carta di Smith delle ammettenze, secondo la costruzione in Fig. 1. L'ammettenza di carico vale $y_l = 1/z_l = 0.25 - j0.25$. Le distanze a cui collocare lo stub si ottengono leggendo sulla ghiera esterna la distanza che deve essere percorsa lungo la linea (senso orario) per spostarsi dalla retta rossa, passante per y_L, a una delle due rette blu, che individuano i punti P_1 e P_2 ad ammettenza normalizzata $1 \mp jx$. Si ricavano:

$$\begin{aligned}
P_1 &: d_1 = 0.21\lambda\ (x = 1.6) \\
P_2 &: d_2 = 0.363\lambda\ (x = -1.6)
\end{aligned}$$

la lunghezza dello stub in c.c. si ricava invece determinando dalla ghiera esterna la distanza dal punto di c.c. dalla curva a suscettanza opposta a quella della linea nei punti P_1 e P_2, da cui:

$$\begin{aligned}
P_1 &: l_1 = 0.088\lambda\ (x_{stub} = -1.6) \\
P_2 &: l_2 = 0.412\lambda\ (x_{stub} = 1.6)
\end{aligned}$$

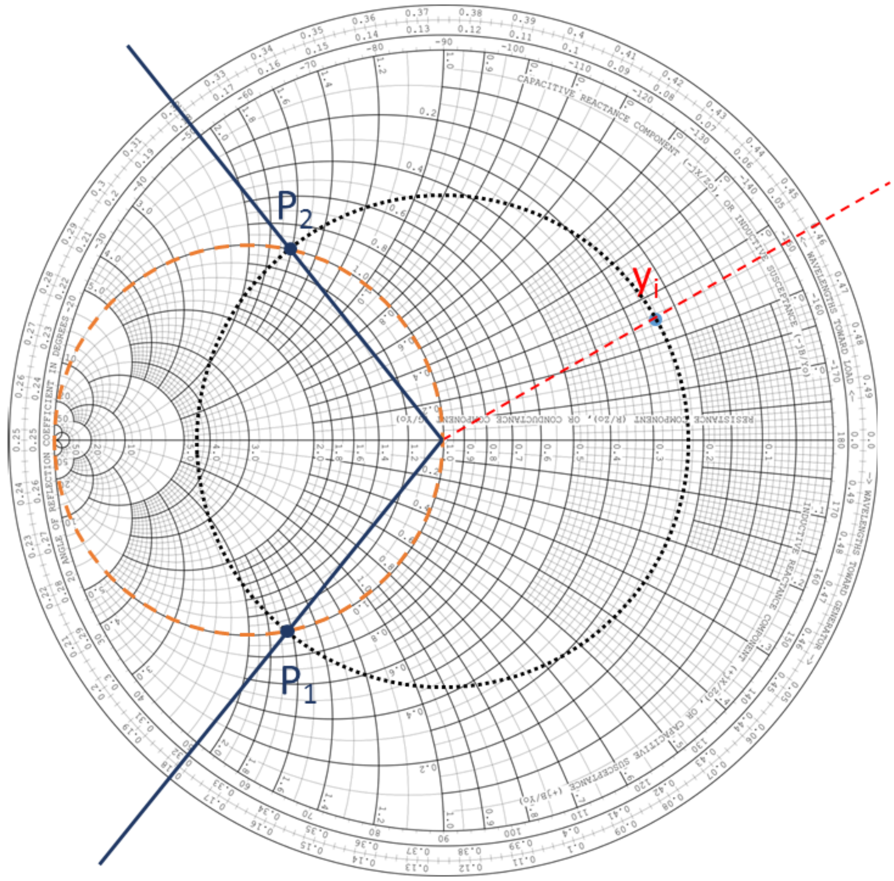

Figura 1: Costruzione grafica per la risoluzione dell'esercizio 3.

Esercizio 4

Dai dati forniti si ricavano:

$$
\begin{aligned}
V_+ &= \frac{V_g Z_0}{Z_0 + R_g} = \frac{5 \cdot 50}{50 + 25} = 3.33\ V \\
\rho_g &= \frac{R_g - Z_0}{R_g + Z_0} = \frac{25 - 50}{25 + 50} = -\frac{1}{3} \\
\rho_L &= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{100 - 50}{100 + 50} = \frac{1}{3} \\
v_p &= \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{25}} = 6 \cdot 10^7\ m/s \\
t &= \frac{L}{v_p} = \frac{6}{6 \cdot 10^7} = 0.1\ \mu s
\end{aligned}
$$

a partire dai quali è possibile tracciare i grafici richiesti, riportati in Fig. 2.

Esercizio 5

Dai dati forniti si ricava, dopo avere convertito in radianti gli angoli HPBW sui due piani, il guadagno d'antenna:

$$G = \eta \frac{4\pi}{\beta_\theta \cdot \beta_\phi} = 0.85 \cdot \frac{4\pi}{0.262 \cdot 0.174} = 234.3$$

Da cui:

$$
\begin{aligned}
EIRP = G \cdot P_T = 243.3 \cdot 12 \cdot 10^3 &= 2.81 \cdot 10^6\ W = 64.5\ dBW \qquad (a) \\
ERP = EIRP_{dB} - 2.14 &= 62.34\ dBW \qquad (b)
\end{aligned}
$$

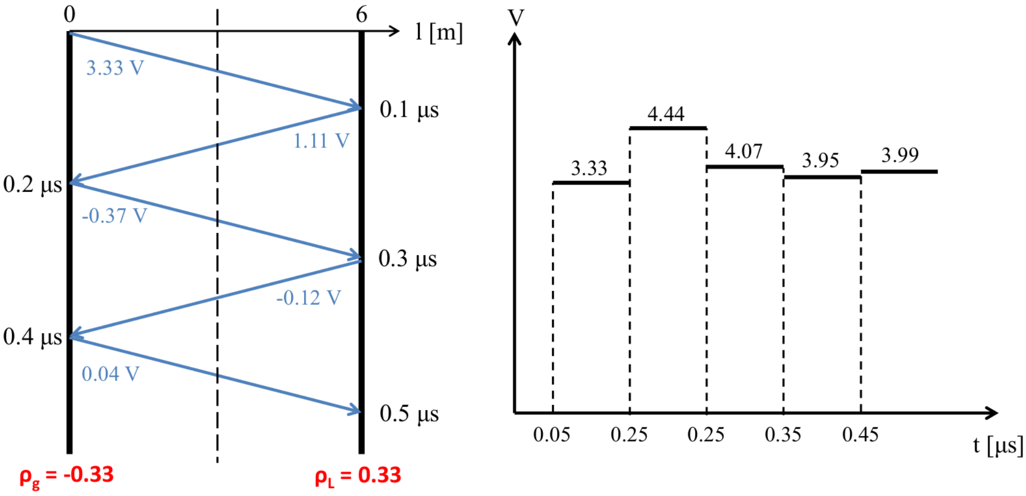

Figura 2: Soluzione dell'esercizio 4.

Esercizio 6

Si ricavano:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^9} = 0.1\ m = 2d$$

Da cui:

$$\begin{aligned}
AF &= \left| \sum_{i=0}^{n} a_i e^{jkidcos\theta} \right|^2 \\
&= \left| 1 + 2\, e^{j\frac{\pi}{3}}\, e^{j\pi cos\theta} \right|^2 \\
&= \left| 1 + 2\, e^{j\frac{\pi}{3} + \pi cos\theta} \right|^2 \\
&= \left(1 + 2\, e^{j\frac{\pi}{3} + \pi cos\theta} \right) \left(1 + 2\, e^{-j\frac{\pi}{3} - \pi cos\theta} \right) \\
&= 1 + 2\, e^{j\frac{\pi}{3} + \pi cos\theta} + 2\, e^{-j\frac{\pi}{3} + \pi cos\theta} + 4 \\
AF &= 5 + 4\, cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi cos\theta \right)
\end{aligned}$$

Per la regola di moltiplicazione dei diagrammi, l'intensità di radiazione normalizzata vale:

$$i_r^{AR} = AF \cdot i_R = \left[5 + 4\, cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi cos\theta \right) \right]\ sin^2\theta$$

Che, sostituendo $\theta = \pi/6$ dà $i_r^{AR} = 0.44$.

Esercizio 7

Il guadagno si ricava direttamente dalla formula del Radar:

$$\begin{aligned}
G &= \sqrt{\frac{P_{R,min}\, (4\pi)^3\, R^4}{P_T \sigma_T\, \lambda^2}} = \\
&= \sqrt{\frac{10^{-9} \cdot (4\pi)^3 \cdot (120 \cdot 10^3)^4}{20 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 0.3^2}} = \\
&= \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-14}}{2.25}} = 95568 = 49.8\ dB \qquad (a)
\end{aligned}$$

Dove si sono sostituiti $\lambda = c/\nu = 3 \cdot 10^8/10^9$ e $P_{R,min} = 10^{-9}\ W$.
L'area efficace, ipotizzando che l'antenna sia ideale, vale:

$$A_{eff} = \frac{\lambda^2\, G}{4\pi} = \frac{0.3^2\ \cdot\ 95568}{4\pi} = 684.5\ m^2 \qquad (b)$$