Dipartimento di Ingegneria “Enzo Ferrari”
Corso di Campi Elettromagnetici - a.a. 2015/16

Appello del 9/6/2016 - Soluzioni

Soluzioni ai quesiti

Esercizio 1

Domanda di teoria, si veda testo.

Esercizio 2

Dai dati del problema si ricava:

$$R = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} = \frac{12}{2\pi \cdot 88 \cdot 10^6 \frac{9}{36\pi} 10^{-9}} \approx 272 >> 1$$

per cui è possibile utilizzare le formule approssimate per un buon conduttore. Si ottengono:

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 88 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 12}{2}} = 64.4\ m^{-1}$$

da cui il vettore complesso rappresentativo di $\overline{E}$:

$$\overline{E}(x) = 10e^{-64.4\,x}e^{-j64.4\,x}\,\hat{z}\ V/m \qquad (a)$$

Per l'impedenza intrinseca vale la formula approssimata:

$$\eta_c = (1+j)\frac{\alpha}{\sigma} = (1+j)\frac{64.4}{12} = (5.37 + j5.37)\ \Omega \qquad (b)$$

Lo spessore di penetrazione vale $\delta = 1/\alpha = 15.5$ cm (c).
L'ampiezza dell'onda si attenua a 1/10 del valore iniziale quando vale $e^{-\alpha x} = 0.1$, pertanto:

$$x = \frac{ln(0.1)}{-\alpha} = \frac{ln(0.1)}{-64.4} = 35.7\ cm \qquad (d).$$

Esercizio 3

Il carico RC serie corrisponde a un'impedenza a 100 MHz pari a

$$Z_L = R - \frac{j}{2\,\pi\,\nu\,C} = (75 - j25)\ \Omega$$

da cui si ricava immediatamente

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{75 - j25 - 50}{75 - j25 + 50} = 0.231 - j0.154 \qquad (a)$$

da cui $|\rho| = \sqrt{0.231^2 + 0.154^2} = 0.278$. È quindi possibile ricavare il ROS:

$$ROS = \frac{1+|\rho|}{1+|\rho|} = \frac{1+0.278}{1-0.278} = 1.77 \qquad (b)$$

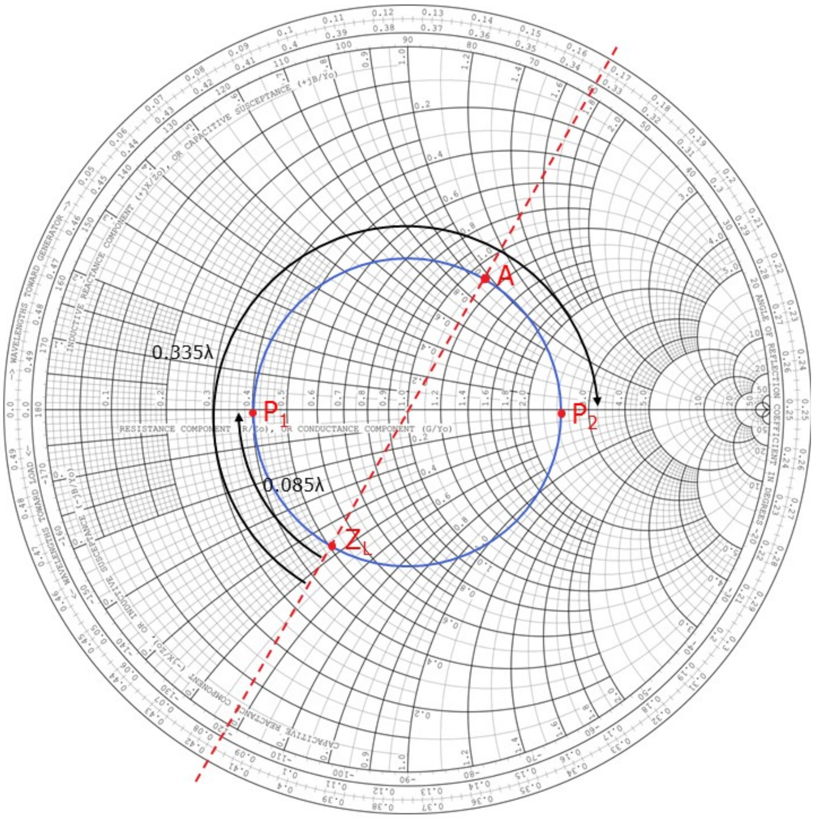

Figura 1: Soluzione grafica dell'esercizio 4.

Esercizio 4

Soluzione con carta di Smith in Fig. 1.
Essendo

$$\lambda = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}\,\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{9} \cdot 200 \cdot 10^6} = 50\ cm$$

la distanza del carico dal punto A a coefficente di riflessione dato è pari a $\lambda/4$ e pertanto l'impedenza di carico Z_L si trova spostandosi in senso antiorario sulla circonferenza a $|\rho|$ di un arco pari a π.
I punti P_1 e P_2 in cui collocare l'adattatore $\lambda/4$ sono all'intersezione tra la circonferenza a $|\rho|$ costante e l'asse delle impedenze reali. Si trovano:

$$z_L = 0.52 - j0.5 \ \Rightarrow\ Z_L = (39 - j37.5)\ \Omega \qquad (a)$$

e

$$d_1 = 0.085\lambda = 4.25\ cm \qquad Z_0' = \sqrt{Z_0^2 \cdot 0.4} = 47.4\ \Omega$$
$$d_2 = (0.085 + 0.25)\lambda = 16.75\ cm \qquad Z_0' = \sqrt{Z_0^2 \cdot 2.45} = 117.4\ \Omega \qquad (b)$$

Esercizio 5

Essendo nota la direttività del dipolo hertziano ($D = 1.78\ dB = 1.5$), l'area efficace si ricava immediatamente una volta nota la lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{75 \cdot 10^6} = 4\ m$$
$$A_{eff} = \frac{\lambda^2 D}{4\pi} = \frac{4^2 \cdot 1.5}{4\pi} = 1.91\ m^2 \qquad (a)$$

La resistenza di radiazione del dipolo corto vale:

$$R_{rad} = \frac{2\pi}{3}\eta_0 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = \frac{2\pi}{3} \cdot 377 \cdot (0.00625)^2 = 0.03\ \Omega \qquad (b)$$

da cui è possibile ricavare la potenza irradiata:

$$P_{rad} = \frac{1}{2} R_{rad}\, I_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.03 \cdot 5^2 = 375\ mW \qquad (c)$$

Esercizio 6

Dai dati del problema:

$$\begin{aligned}
\lambda &= \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.575 \cdot 10^9} = 19\ cm \\
G_T &= 25\ dB = 316 \\
P_{R,min} &= -40\ dBm = 10^{-7}\ W
\end{aligned}$$

Il minimo guadagno necessario si calcola dalla formula di Friis:

$$\begin{aligned}
G_R &= \frac{P_{R,min}}{P_T\, G_T} \left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2 = \\
&= \frac{10^{-7}}{50 \cdot 316} \left(\frac{4\pi 20 \cdot 10^6}{0.19}\right)^2 = \\
&= 11.1 \cdot 10^6 = 70.5\ dB
\end{aligned} \qquad (1)$$

Esercizio 7

Applicando il metodo di piazzamento degli zeri, il problema si risolve individuando i coefficienti di un polinomio complesso che si annulla per:

$$\begin{aligned}
z_1 &= e^{j\,\pi\,\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)} = -0.91 + j0.41 \\
z_2 &= e^{j\,\pi\,\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = -0.61 + j0.80 \\
z_3 &= e^{j\,\pi\,\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} = 1
\end{aligned}$$

Un simile polinomio si trova scrivendo $p(z)$ come:

$$\begin{aligned}
p(z) &= (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3) = \\
&= (z + 0.91 - j0.41)(z + 0.61 - j0.80)(z - 1) = \\
&= \ldots \\
&= z^3 + (0.52 - j1.21)\, z^2 + (-1.28 + j0.23)\, z - 0.24 - j0.98
\end{aligned} \qquad (2)$$

Da cui

$$\begin{aligned}
a_3 &= 1 \\
a_2 &= 0.52 - j1.21 = 1.23\, e^{-j\,79^\circ} \\
a_1 &= -1.28 + j0.23 = 1.3\, e^{j\,170^\circ} \\
a_0 &= -0.24 - j0.98 = e^{j\,256^\circ}
\end{aligned}$$