Dipartimento di Ingegneria “Enzo Ferrari”
Corso di Campi Elettromagnetici - a.a. 2014/15

Appello del 10/9/2015 - Soluzioni

Soluzioni ai quesiti

Esercizio 1

In una linea chiusa in c.c. si ha $Z_L = 0$, pertanto:

$$Z_i(-l) = Z_0 \frac{jZ_0\, sin(\beta l)}{Z_0\, cos(\beta l)} = jZ_0\, tan(\beta l)$$

Esercizio 2

Dall’espressione del campo istantaneo si ricavano immediatamente:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.1} = 62.8\ m \qquad (a) \\ \epsilon_r &= \left(\frac{c}{v_p}\right)^2 = \left(\frac{c}{\lambda\nu}\right)^2 = \left(\frac{2\pi c}{\lambda\omega}\right)^2 = \left(\frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{62.8 \cdot 18.85 \cdot 10^6}\right)^2 = 2.5355 \qquad (b) \end{aligned}$$

Per il calcolo del campo magnetico si rammenti la relazione:

$$\overline{H} = \frac{1}{\eta}\hat{k} \times \overline{E}$$

essendo

$$\begin{aligned} \hat{k} &= \hat{i} \\ \eta &= \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{377}{1.592} = 236.8\,\Omega \end{aligned}$$

da cui:

$$\overline{H}(x,t) = 16.8\, cos(18.85\, t - 0.1\, x)\, (\hat{i} \times \hat{j}) = 16.8\, cos(18.85\, t - 0.1\, x)\, \hat{z}\ mA/m \qquad (c)$$

Esercizio 3

L’impedenza di carico z_L è letta direttamente sulla carta di Smith, conoscendo ROS e fase dell’impedenza di carico. Si ottiene $z_L = 2 + j1.4$ (a).
Passando alla carta delle ammettenze (i.e. ruotando la carta di 180°) si ottengono facilmente tutte le informazioni necessarie all’adattamento del carico con uno stub in parallelo:

$$\begin{aligned} y_L &= 0.34 - j0.24 \\ d_{s,1} &= 0.21\lambda \\ d_{s,2} &= 0.374\lambda \\ l_{s,1} &= 0.108\lambda \\ l_{s,2} &= 0.418\lambda \end{aligned}$$

Pertanto l’adattamento è possibile mediante stub c.c. in parallelo

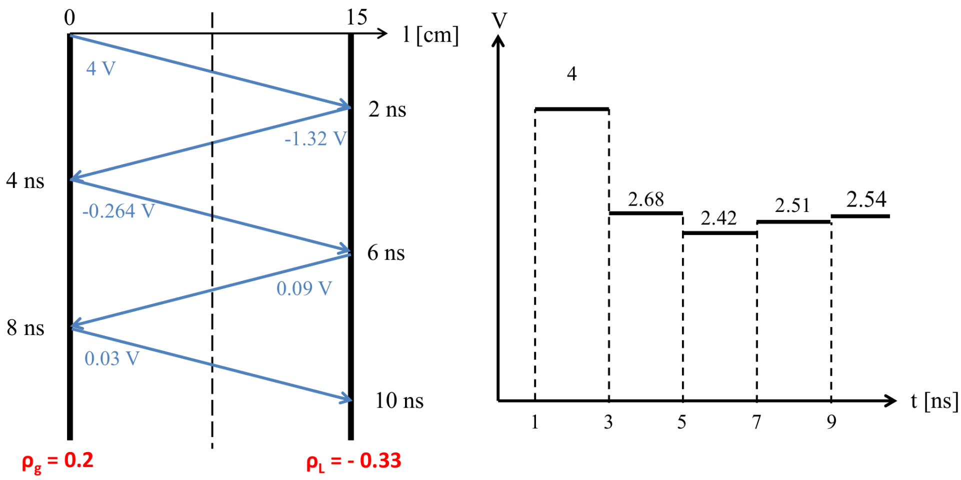
- lungo 0.108λ e posto a 0.21λ dal carico, oppure
- lungo 0.418λ e posto a 0.374λ dal carico

Esercizio 4

Dai dati forniti è possibile ricavare

$$
\begin{aligned}
Z_L &= \left(\frac{1}{50}+\frac{1}{50}\right)^{-1} = 25\,\Omega \\
V_0^+ &= \frac{V_g Z_0}{R_g+Z_0} = \frac{10\cdot 50}{50+75} = 4\,V \\
\rho_L &= \frac{Z_L+Z_0}{Z_L+Z_0} = \frac{25-50}{25+50} = -0.33 \\
\rho_g &= \frac{R_g+Z_0}{R_g+Z_0} = \frac{75-50}{75+50} = 0.2 \\
\tau &= \frac{l}{v_p} = \frac{0.15\cdot 4}{3\cdot 10^8} = 2\,ns
\end{aligned}
$$

a partire dai quali è possibile ricavare i diagrammi richiesti:



Esercizio 5

L'area efficace del dipolo corto vale:

$$A_{eff} = \frac{\lambda^2 D}{4\pi} = \frac{1.5^2\cdot 1.5}{4\pi} = 0.269\,m^2 \qquad (a)$$

dove si sono inseriti $\lambda = c/\nu = 1.5$ m e la direttività nota del dipolo Hertziano pari a 1.5.
La potenza totale irradiata vale:

$$P_{rad} = \frac{\pi\eta_0}{3} I_0^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = \frac{\pi 377}{3} 10^2 \left(\frac{0.05}{1.5}\right)^2 = 43.9\,W \qquad (b)$$

da cui si ricava la resistenza di radiazione:

$$R_{rad} = \frac{2P_{rad}}{I_0^2} = \frac{2\cdot 43.9}{10^2} = 0.88\,\Omega \qquad (c)$$

Esercizio 6

Il dispositivo mobile effettua l'handover dalla stazione A alla stazione B quando la potenza ricevuta dalla seconda stazione è maggiore di quella ricevuta dalla stazione di provenienza, ossia $P_{RB} \geq P_{RA}$. Si tratta di applicare la formula di trasmissione di Friis ai due link M-A ed M-B e uguagliare i risultati:

$$
\begin{aligned}
P_{RA} &= P_{RB} \\
P_{TA} G_{TA} G_{MA} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_A}\right)^2 F_{MA} &= P_{TB} G_{TB} G_{MB} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_B}\right)^2 F_{MB}
\end{aligned}
$$

sostituendo i dati del problema:
$P_{TA} = 60$ W; $G_{TA} = 10$ dB $= 10$; $G_{MA} = 1$; $F_{MA} = 0.9$
$P_{TB} = 50$ W; $G_{TB} = 8$ dB $= 6.3$; $G_{MB} = 1$; $F_{MB} = 0.75$
$\lambda = \frac{3\cdot 10^8}{1.8\cdot 10^9} = 0.17$ m
$R_B = 20 \cdot 10^3 - R_A$ m, si ha:

$$
\begin{aligned}
60 \cdot 10 \cdot 0.9 \cdot \left(\frac{0.17}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{1}{20\cdot 10^3 - R_B}\right)^2 &= 50 \cdot 6.3 \cdot 0.75 \cdot \left(\frac{0.17}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{1}{R_B}\right)^2 \\
&\dots \\
R_B^2 &= 0.4375\,(20\cdot 10^3 - R_B)^2 \\
0.5625 R_B^2 + 17500 R_B - 1.75 \cdot 10^8 &= 0 \\
R_B &= \frac{-8750 \pm \sqrt{7.56\cdot 10^7 + 9.83 \cdot 10^7}}{0.5625} \\
&= \frac{-8750 \pm 13187}{0.5625} = 7880\,m
\end{aligned}
$$

Da cui $R_A = 12.1$ km, $R_B = 7.9$ km.

Esercizio 7

Il fattore di schiera per un'array di antenne alimentate in fase vale:

$$F_a(\theta) = \left| \sum_{i=0}^{n} a_i e^{j\,k\,i\,d\,cos\theta} \right|^2$$

sostituendo $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $d = 2.5$ cm, $\lambda = 10$ cm, si ha:

$$
\begin{aligned}
F_a(\theta) &= \left| 1 + 2\, e^{j\frac{\pi}{2}cos\theta} \right|^2 \\
&= (1 + 2\, e^{j\frac{\pi}{2}cos\theta})(1 + 2\, e^{-j\frac{\pi}{2}cos\theta}) \\
&= 1 + 2\, e^{j\frac{\pi}{2}cos\theta}) + 2\, e^{-j\frac{\pi}{2}cos\theta}) + 4 \\
&= 5 + 4\, cos(\frac{\pi}{2} cos\theta) \qquad (a)
\end{aligned}
$$

Come noto, e facilmente verificabile per sostituzione, valore massimo del fattore di schiera per un array di antenne alimentate in fase si ottiene perpendicolarmente all'asse della schiera, ossia per $\theta = 0$. In tal caso si ha $F_a(\theta) = 9$ (b).