Elettromagnetismo Applicato

Prova scritta del 10 febbraio 2016

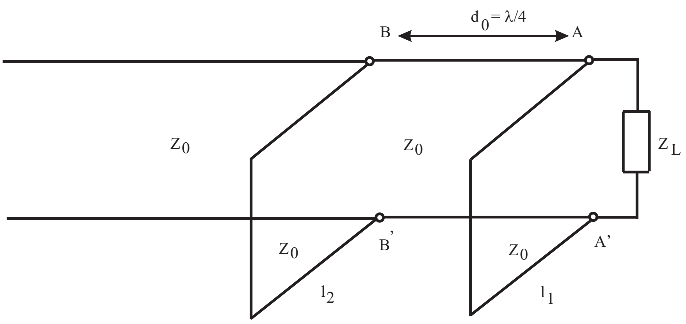
1. Una linea senza perdite a $75\,\Omega$ e dielettrico con $\varepsilon_r = 2.56$ è terminata su un circuito aperto. Quanto deve essere lunga perché la sua impedenza di ingresso sia equivalente a quella di un condensatore da $35\,pF$ alla frequenza di $150\,MHz$? Si suggerisce l'utilizzo della Carta di Smith.

2. L'espressione fasoriale di un campo elettrico che si propaga nel vuoto è data da:

$$\overline{E}(y) = 30.16\, e^{-j\beta y}\hat{\imath}\, mV/m.$$

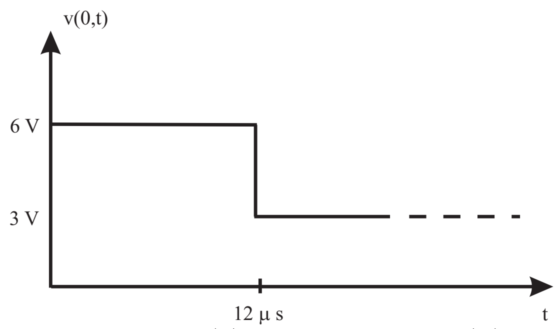
Si trovi (a) il fasore campo magnetico $\overline{H}(y)$, (b) il vettore di Poynting complesso $\overline{S}(y)$.

3. Una linea di trasmissione a $50\,\Omega$, chiusa su un carico $Z_L = (30 + j40)\,\Omega$ è adattata grazie ad un adattatore a doppio stub collegato direttamente sul carico come illustrato in figura. Se il primo



stub è lungo $l_1 = 0.298\,\lambda$, (a) quanto vale la suscettanza vista sulla sezione BB' prima di inserire il secondo stub e (b) quanto deve essere lungo il secondo stub per garantire l'adattamento?

4. Su un oscilloscopio connesso all'ingresso di una linea di trasmissione con $Z_0 = 50\Omega$, adattata sia sulla sezione di carico che su quella del generatore, si osserva la tensione riportata in figura. Il materiale isolante della linea è il teflon avente $\varepsilon_r = 2.9$. Determinare: (a) la tensione del



generatore; (b) la posizione del guasto; (c) la tensione V_1^-; (d) il coefficiente di riflessione dovuto al guasto.

5. Un sistema radar è dotato di un'antenna parabolica a sezione circolare del diametro $d = 1\,m$ ed efficienza dell'apertura $\epsilon_{ap} = 0.7$ che irradia una potenza $P_T = 100\,kW$. Il ricevitore funziona correttamente solo se la potenza ricevuta è maggiore o uguale a $P_{Rmin} = 0.1\,pW$. Calcolare l'area efficace A_{eff} e la direttività D dell'antenna e la distanza massima R_{max} alla quale può essere individuato un oggetto con sezione radar $\sigma = 2.5\,m^2$ sia quando la frequenza di esercizio vale $\nu = 1\,GHz$ che $\nu_2 = 10\,GHz$.

6. Un'antenna con angoli di HPBW $\theta_1 = 0.1\,rad$ e $\theta_2 = 0.17\,rad$ e rendimento $\delta = 0.88$ è utilizzata per trasmettere un segnale con $P_T = 25\,kW$. Qual'è il suo EIRP e il suo ERP?

7. Una schiera end-fire di dodici elementi lavora a $100\,MHz$. Nel caso di progetto ottimo, quale deve essere (a) lo sfasamento tra gli elementi, (b) la loro distanza e (c) l'apertura $\Delta\psi$ del lobo principale?

Risposte ai quesiti

Esercizio 1

____

Esercizio 2

(a) ________________________ (b) ________________________

Esercizio 3

(a) ________________________ (b) ________________________

Esercizio 4

(a) ________________________ (b) ________________________

(c) ________________________ (d) ________________________

Esercizio 5

(a) ________________________ (b) ________________________

(c) ________________________ (d) ________________________

(e) ________________________ (f) ________________________

Esercizio 6

EIRP ________________________ ERP ________________________

Esercizio 7

(a) ________________________

(b) ________________________

(c) ________________________

Risposte

1. L'impedenza di ingresso normalizzata della linea vale:

$$z_i = -j\frac{1}{\omega C\, Z_0} = -j\frac{1}{2\pi\, 1.5 \times 10^8 \cdot 35 \times 10^{-12} \cdot 75} = -j0.4.$$

Ruotando sulla Carta di Smith dal punto di circuito aperto verso il generatore, ovvero in senso orario, fino ad incontrare la reattanza $x = -0.4$, si percorre un arco di circonferenza di lunghezza

$$l = 0.44\lambda - 0.25\lambda = 0.19\lambda.$$

Essendo $\lambda = v_p/\nu = 1.25\, m$, si ottiene $l = 0.19 \cdot 1.25 = 23.75\, cm$.

Alternativamente si può risolvere l'esercizio per via anlitica come segue. La costante di propagazione β vale:

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} = \frac{2\pi\nu}{v_p} = \frac{2\pi\nu\sqrt{\varepsilon_r}}{c_0} = \frac{2\pi\, 1.5 \times 10^8 \sqrt{2.56}}{3 \cdot 10^8} = 5.02\ rad/m.$$

L'impedenza di ingresso di una linea in circuito aperto è data da $Z_i = -jZ_0 cotg \beta l$ e dovendo essere di tipo capacitivo si può scrivere:

$$-jZ_0 cotg\beta l = -j\frac{1}{\omega C}$$

da cui

$$\beta l = arccotg\frac{1}{\omega C\, Z_0} = arccotg(0.4) = arctg(\frac{1}{0.4}) = 1.19\ rad.$$

La lunghezza cercata è quindi:

$$l = \frac{1.19}{\beta} = \frac{1.19}{5.02} = 23.75\ cm.$$

2. (a) Il fasore campo magnetico $\overline{H}(y)$ è ottenibile da:

$$\overline{H}(y) = \frac{1}{\eta}\hat{\jmath} \times \overline{E}(y) = -\frac{30.16}{377}e^{-j\beta y}\hat{z} = -80\, e^{-j\beta y}\hat{z}\ \mu A/m.$$

(b) Il vettore di Poynting complesso è dato da:

$$\begin{aligned}\overline{S} &= \frac{1}{2}\overline{E} \times \overline{H}^* \\ &= \frac{1}{2}30.16\,\hat{\imath}\, mV/m\ \times\ (-80)\hat{z}\,\mu A/m = 1.2064\,\hat{\jmath}\,\mu W/m^2.\end{aligned}$$

Alternativamente si poteva utilizzare la relazione:

$$S = \frac{1}{2}\frac{|\overline{E}|^2}{\eta} = \frac{1}{2}\frac{30.16^2}{377} = 1.2064\,\mu W/m^2.$$

3. I dati del problema forniscono $z_L = 0.6 + j0.8$, $y_L = g_L + jb_L = 0.6 - j0.8$ e, ricordando che per uno stub vale $y = -j/tan\beta l = -jcot\beta l$, $b_1 = 0,31$.
(a) A destra della sezione BB' si ha:

$$y = \frac{1}{g_L + j(b_L + b_1)} = \frac{1}{0.6 + j(-0.8 + 0.31)} = 1 + j0.82.$$

(b) Il secondo stub deve quindi presentare una suscettanza $b_2 = -j0.82$ da cui $l_2 = 0.142\,\lambda$.

Per completezza si riportano i dati dell'esercizio completamente svolto. A sinistra della sezione BB' si ha:

$$y = \frac{1}{g_L + j(b_L + b_1)} + jb_2$$

La condizione di adattamento della linea impone che la precedente sia imposta uguale a 1 da cui due equazioni nelle due incognite date dalle possibili suscettanze degli stub:

$$\begin{aligned} b'_1 &= +0.31 \\ b'_2 &= -0.82 \\ b''_1 &= +1.29 \\ b''_2 &= +0.82 \end{aligned}$$

Sostituendo i valori ottenuti nella $l = \lambda\, arctan(-1/b)/(2\pi)$ si ottengono le lunghezze dei vari stub:

$$\begin{cases} l'_1 = 0.296\lambda \\ l'_2 = 0.142\lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} l''_1 = 0.396\lambda \\ l''_2 = 0.358\lambda \end{cases}$$

Si lascia al lettore la risoluzione per via grafica, ricordando solo che i punti sulla carta di Smith definiti dalla somma del carico e del primo stub sono $y' = 0.6 - j0.49$ e $y'' = 0.6 + j0.49$.

4. (a) Poiché la linea è adattata, ciò significa che $R_g = Z_L = Z_0 = 50\,\Omega$. Per una linea adattata la tensione in $z = 0$ all'istante $t = 0$ vale:

$$V_1^+ = \frac{V_g Z_0}{R_g + Z_0} = \frac{V_g}{2}.$$

Dalla figura si vede che $V_1^+ = 6V$ e quindi $V_g = 12V$.
(b) La velocità di propagazione lungo la linea è:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{\sqrt{2.9}} = \frac{3 \times 10^8}{1.7} = 1.765 \times 10^8 m/s.$$

Per un guasto a distanza d, il tempo di andata e ritorno è $\Delta t = 2d/v_p$ e sempre dalla figura si ha $\Delta t = 12\,\mu s$ e quindi

$$d = \frac{\Delta t \cdot v_p}{2} = \frac{12 \times 10^{-6} \cdot 1.76 \times 10^8}{2} = 1056\,m.$$

(c) La variazione nella linea di $V(0,t)$ mostrata in figura rappresenta $V_1^- = \varrho_f V_1^+ = -3V$ da cui anche la risposta al quesito (d):

$$\varrho_f = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{-3V}{6V} = -0.5.$$

dove ϱ_f si è indicato il coefficiente di riflessione dovuto al guasto.

5. L'area geometrica e quella efficace valgono

$$\begin{aligned} A_{geom} &= \pi\, r^2 = \pi 0.5^2 = 0.785\, m^2 \\ A_{eff} &= A_{geom}\epsilon_{ap} = 0.785 \cdot 0.7 = 0.55\, m^2 \end{aligned}$$

e sono indipenenti dalla frequenza.
Considerando il rendimento dell'antenna unitario, la direttività nei due casi vale:

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{4\pi A_{eff}}{\lambda^2} = \frac{4\pi\, 0.55}{(3 \times 10^8/10^9)^2} = 76.8 \\ D_2 &= \frac{4\pi A_{eff}}{\lambda^2} = \frac{4\pi\, 0.55}{(3 \times 10^8/10^{10})^2} = 7680. \end{aligned}$$

Dalla formula del radar si ricava la distanza

$$R^4 = \frac{P_T}{P_{Rmin}} \frac{G^2 \lambda^2\, \sigma}{(4\pi)^3}$$

da cui, nei due casi:

$$\begin{aligned} R^4_{max1} &= \frac{10^5}{10^{-13}} \frac{76.8^2\, 0.3^2\, 2.5}{(4\pi)^3} = 66.88 \times 10^{16} \\ R^4_{max2} &= \frac{10^5}{10^{-13}} \frac{7680^2\, 0.03^2\, 2.5}{(4\pi)^3} = 6688 \times 10^{16}. \end{aligned}$$

da cui $R_{max1} = 28.6\, km$ e $R_{max2} = 90.4\, km$.

6. La direttività si ottiene dalla:

$$D = \frac{4\pi}{\theta_1\, \theta_2} = \frac{4\pi}{0.1 \cdot 0.17} = 739.2 = 28.7\, dBi.$$

Si ha quindi:

$$\begin{aligned} EIRP &= P_T\, G_T = P_T\, \delta_T\, D_T = 25 \times 10^3 \cdot 0.88 \cdot 739.2 = 1626.24\, kW = 72.11\, dBW; \\ ERP &= 72.11 - 2.14 = 69.97\, dBW. \end{aligned}$$

7. (a) $\delta = \pi/2$;
(b) $l = \lambda/4 = (3 \times 10^8/10^8)/4 = 0.75\, m$;
(c) $\Delta\psi = 4 arcsin\sqrt{\frac{2}{N}} = 4 arcsin\sqrt{\frac{2}{12}} = 1.68\, rad = 96^{\circ}.34$.