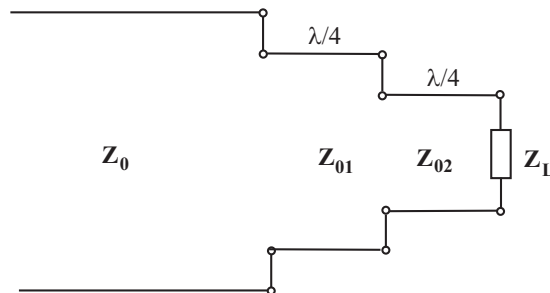


Elettromagnetismo Applicato

Prova scritta dell'11 gennaio 2017

Il candidato risponda ai quesiti riportando i risultati negli appositi spazi sul secondo foglio.

1. Ricordando che per un cavo coassiale valgono le relazioni $R = \frac{R_s}{2\pi}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$, $L = \frac{\mu}{2\pi} \ln(\frac{b}{a})$, $G = \frac{2\pi\sigma}{\ln(\frac{b}{a})}$ e $C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(\frac{b}{a})}$, si determini (a) la velocità di propagazione v_p e (b) l'impedenza caratteristica Z_0 in un cavo, supposto senza perdite, in teflon con $\epsilon_r = 2.1$, $a = 0.5 \text{ mm}$ e $b = 1.5 \text{ mm}$.
2. Sia data una linea con impedenza di ingresso $Z_{in} = (10 - j20) \Omega$ e impedenza di carico $Z_L = (12.5 + j32.5) \Omega$. Se la linea ha una impedenza caratteristica di $Z_0 = 50 \Omega$ e una velocità di propagazione di $v_p = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$ alla frequenza di 80 MHz , si determini la lunghezza della linea. Si suggerisce l'utilizzo della Carta di Smith.
3. Una linea con $Z_0 = 50 \Omega$ è connessa a due trasformatori a $\lambda/4$ con impedenze caratteristiche $Z_{01} = 24.5 \Omega$ e $Z_{02} = 30 \Omega$ scelte in modo tale che la linea risulti adattata quando chiusa su un carico Z_L , come riportato in figura. Determinare l'impedenza Z_L .



4. L'espressione fasoriale di un campo elettrico che si propaga nel vuoto è data da:

$$\vec{E}(y) = 75.4 e^{-j30y} \hat{i} \text{ mV/m.}$$

Si determinino (a) il fasore campo magnetico $\vec{H}(y)$, (b) l'espressione del vettore di Poynting complesso $\vec{S}(y)$.

5. Un radar è costituito da una parabola di diametro pari a 30 cm , efficienza di apertura $\epsilon_{ap} = 0.75$ e rendimento 0.8 , e lavora alla frequenza di 10 GHz con 50 dBW . La sua sensibilità è pari a -60 dBW . (a) Calcolare a quale distanza R si può rilevare un oggetto con sezione radar equivalente $\sigma = 2 \text{ m}^2$. (b) Di quanto aumenta la portata del radar se il rendimento dell'antenna cresce a 0.95 ?
6. Data una schiera lineare uniforme di tipo broadside costituita da 10 elementi e operante a 500 MHz , si indichi, nel caso di progetto ottimo, (a) la spaziatura tra i dipoli e (b) l'ampiezza angolare del lobo principale del fattore di schiera.
7. Un dipolo Hertziano lungo 3 cm lavora ad una frequenza di 100 MHz . Si calcolino (a) la sua area efficace, (b) la resistenza di radiazione e (c) la potenza emessa nel caso sia alimentato con una corrente di 5 A .
8. Un'antenna che trasmette 20 W , con un rendimento $\delta = 0.8$, ha l'HPBW sul piano orizzontale e su quello verticale rispettivamente di 45° e 30° . Si determini l' $EIRP$ e l' ERP .

Risposte

1. (a) La velocità di propagazione, per una linea senza perdite è esprimibile come: $v_p = c/\sqrt{\epsilon_r}$ e quindi:

$$v_p = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2.1}} = 2.1 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

- (b) L'impedenza intrinseca vale $Z_0 = \sqrt{L/C}$ e quindi si ottiene:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \frac{1}{(2\pi)^2} \ln^2\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{60}{\sqrt{2.1}} \ln\left(\frac{1.5}{0.5}\right) = 45.5 \Omega.$$

2. Le impedenze normalizzate sono

$$z_{in} = 0.2 - j0.4;$$

$$z_L = 0.25 + j0.65.$$

La linea ha una lunghezza totale data dall'arco percorso muovendosi in senso antiorario dal punto di ingresso a quello di carico:

$$l = 0.438 \lambda - 0.094 \lambda = 0.364 \lambda.$$

Si noti che questa lunghezza della linea è unica a meno di multipli di metà lunghezza d'onda:

$$l = 0.364 \lambda \pm n \frac{\lambda}{2} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Essendo

$$\lambda = \frac{v_p}{\nu} = \frac{2 \times 10^8}{80 \times 10^6} = 2.5 \text{ m}$$

si ha infine:

$$l = 0.364 \lambda = 0.364 \cdot 2.5 = 0.91 \text{ m.}$$

3. Il carico normalizzato vale $Z_L/30$. All'ingresso del trasformatore di impedenza Z_{02} viene visto come $30/Z_L$, ovvero, tornando alle grandezze assolute, $(30/Z_L) \cdot 30 = 30^2/Z_L$. Operando in modo analogo all'ingresso del trasformatore di impedenza Z_{01} si ha un'impedenza $(Z_L/30^2) 24.5^2$. Per avere la linea adattata deve dunque essere $(Z_L/30^2) 24.5^2 = 50$ da cui $Z_L = 75 \Omega$.

4. (a) Il fasore campo magnetico $\overline{H}(y)$ è ottenibile da:

$$\overline{H}(y) = \frac{1}{\eta} \hat{j} \times \overline{E}(y) = -\frac{75.4}{377} e^{-j30y} \hat{z} = -200 e^{-j30y} \hat{z} \mu A/m.$$

- (b) Il vettore di Poynting complesso è dato da:

$$\overline{S} = \frac{1}{2} \overline{E} \times \overline{H}^* = \frac{1}{2} 75.4 \hat{i} \text{ mV/m} \times (-200) \hat{z} \mu A/m = 7.54 \hat{j} \mu W/m^2,$$

che fornisce lo stesso valore della relazione:

$$S = \frac{1}{2} \frac{|\overline{E}|^2}{\eta} = \frac{1}{2} \frac{75.4^2}{377} = 7.54 \mu W/m^2.$$

5. Dalla formula del radar

$$R^4 = \frac{P_T}{P_R} \frac{D_T^2 \delta^2 \lambda^2}{(4\pi)^3} \sigma,$$

ricordando la relazione

$$\frac{A_{eff}}{D} = \frac{\lambda^2}{4\pi},$$

si ha:

$$R^4 = \frac{P_T}{P_R} \frac{A_{eff}^2 \delta^2}{4\pi \lambda^2} \sigma = \frac{P_T}{P_R} \frac{(A_{geom} \varepsilon_{ap})^2 \delta^2}{4\pi \lambda^2} \sigma.$$

(a)

$$R^4 = \frac{10^5}{10^{-6}} \frac{(\pi 0.15^2 0.75)^2 0.8^2}{4\pi (3 \cdot 10^8)^2} 2(10 \cdot 10^9)^2 = 0.032 \times 10^{12}$$

ovvero

$$R = 422 \text{ m}.$$

(b)

$$R^4 = \frac{10^5}{10^{-6}} \frac{(\pi 0.15^2 0.75)^2 0.95^2}{4\pi (3 \cdot 10^8)^2} 2(10 \cdot 10^9)^2 = 0.0448 \times 10^{12}$$

ovvero $R = 460 \text{ m}$ che garantisce un'aumento della portata di appena 38 m .

6. (a) La spaziatura tra gli elementi di una schiera broadside nel caso di progetto ottimo è data da $l = \lambda/2$. Pertanto:

$$l = \frac{3 \times 10^8}{2 \cdot 500 \times 10^6} = 0.3 \text{ m}.$$

(b) Il lobo principale del fattore di schiera è compreso tra $-\pi/10$ e $\pi/10$ e presenta pertanto un'ampiezza di $2\pi/10 = 36^\circ$ ovvero $\Delta\Psi = 2\arcsen(2/10) = 0.4 \text{ rad} = 23^\circ$.

7. Dato

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 3 \text{ m},$$

si verifica che $d \ll \lambda$. Si ha:

$$A_{eff} = \frac{3}{8\pi} \lambda^2 = \frac{3}{8\pi} 3^2 = 1 \text{ m}^2;$$

$$R_{irr} = \frac{2}{3} \pi \eta \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 = \frac{2}{3} \pi \eta \left(\frac{0.03}{3}\right)^2 = 0.08 \Omega;$$

$$W_a = \frac{\eta\pi}{3} \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 I_0^2 = \frac{\eta\pi}{3} \left(\frac{0.03}{3}\right)^2 5^2 = 1 \text{ W}.$$

8. Vale:

$$D = \frac{4\pi}{(\pi/4)(\pi/6)} = 30.55 = 14.85 \text{ dBi} = 12.71 \text{ dBd}.$$

Pertanto:

$$EIRP = PG = P \delta D = 20 \cdot 0.8 \cdot 30.55 = 488.8 \text{ W} = 26.9 \text{ dBW}.$$

$$ERP = PG = P \delta D = 20 \cdot 0.8 \cdot 18.66 = 298.6 \text{ W} = 24.75 \text{ dBW}.$$