Elettromagnetismo Applicato

Prova scritta del 1 febbraio 2017

Il candidato risponda ai quesiti riportando i risultati negli appositi spazi sul secondo foglio.

1. L'espressione fasoriale di un campo elettrico ad alta frequenza, con $\omega = 3 \times 10^{15}$, che si propaga in un mezzo con perdite, è data da:

$$\overline{E}(z) = 150 e^{-0.03z} e^{-j10^7 z} \hat{\imath}\, V/m$$

Si determinino nell'ordine: (a) la direzione di propagazione, (b) la velocità di fase v_p, (c) la frequenza ν, (d) la lunghezza d'onda, (e) l'ampiezza ad una distanza di $300\, m$. Non si dimentichi di indicare sempre la direzione dei vettori e le unità di misura.

2. Si consideri una linea di trasmissione lunga $6.25\, m$, operante a $60\, MHz$, di impedenza caratteristica $Z_0 = 50\,\Omega$, chiusa su un carco resistivo di $200\,\Omega$ ed alimentata da un generatore di tensione $V_g(t) = 10 cos(\omega t + 30°)\, V$ con resistenza interna $R_g = 25\,\Omega$. Si calcoli (a) l'espressione fasoriale della tensione del generatore, (b) il coefficiente di riflessione al carico, (c) l'impedenza di ingresso della linea, (d) il valore della tensione sulla sezione di ingresso.

3. Una linea a $50\,\Omega$ è connessa ad un carico con impedenza $Z_L = (15 + j5)\,\Omega$. Utilizzando la Carta di Smith, si trovino le possibili posizioni e lunghezze di uno stub in parallelo per adattare la linea.

4. Data una linea in aria senza perdite, lunga $18\, m$ con $Z_0 = 50\,\Omega$, chiusa su un carico $Z_L = 30\,\Omega$, si disegni il diagramma a rimbalzo per la tensione $V(z,t)$ e l'andamento della tensione tra 0 e $160\, ns$ in corrispondenza della sezione $z = 4.5\, m$ supponendo la linea alimentata da un gradino di tensione applicato in $t = 0$ da un generatore con $V_g = 12\, V$ e $Z_g = 75\,\Omega$.

5. Due satelliti, operanti a 2.5 GHz e separati da una distanza $R = 10^8\, m$, comunicano con antenne uguali aventi direttività $D = 1000$ ed efficienze di antenna unitarie. Il ricevitore di uno dei satelliti ha una sensibilità massima di $-70\, dBm$. Nell'ipotesi che le antenne siano perfettamente allineate lungo le rispettive direzioni di massimo si calcoli (a) la potenza che deve irradiare il trasmettitore dell'altro satellite. Quanto valgono (b) $EIRP$ ed (c) ERP del sistema sul satellite trasmittente?

6. Dato un semidipolo perpendicolare ad un piano conduttore che presenta intensità di radiazione normalizzata $i_r = cos^2(3\pi\, cos\theta)$, si determino le direzioni di zero nel semispazio $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Si calcolino infine $FNBW$ e $HPBW$ del lobo principale che contiene l'asse polare z.

7. Si consideri un'antenna log-periodica costituita da dodici dipoli di cui il più corto misura complessivamente $l_1 = 0.2\, m$. Sapendo che il passo logaritmico della schiera è $\tau = 0.9$, determinare la banda di funzionamento dell'antenna e la lunghezza di tutti i dipoli.

8. Il radar primario di sorveglianza di un piccolo aeroporto deve garantire la sicurezza degli areomobili in fase di decollo ed avvicinamento, tracciando la posizione dei velivoli fino ad una distanza di $120\, km$ dalla pista. Il radar opera a $1\, GHz$ ed è alimentato con una potenza di $20\, kW$, mentre il ricevitore a terra ha una sensibilità pari a $-60\, dBm$. Supponendo che la sezione radar di un tipico aereo civile sia circa $25\, m^2$, calcolare (a) il minimo guadagno e (b) la minima area efficace d'antenna necessari nell'ipotesi di un'efficienza d'apertura unitaria.

Risposte

1. (a) L'onda si propaga in direzione $+\hat{z}$.
(b) La velocità di fase è $v_p = \frac{3\times10^{15}}{10^7} = 3\times10^8\,m/s$.
(c) La frequenza vale $\nu = \omega/2\pi = 3\times10^{15}/(2\pi) = 477\,THz$.
(d) la lunghezza d'onda è $\lambda = 2\pi/\beta = 2\pi10^{-7} = 0.628\,\mu m$.
(e) L'ampiezza vale $150e^{-0.03\times300} = 18.5\,mV/m$.

2. (a) Si può scrivere l'espressione fasoriale della tensione come segue: $V_g = 10\,e^{j30°}\,V$.
(b) Il coefficiente di riflessione al carico vale: $\varrho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{200-50}{200+50} = \frac{3}{5} = 0.6$.
(c) Poichè la linea è lunga una lunghezza d'onda più un quarto di lunghezza d'onda, si può scrivere l'impedenza di ingresso normalizzata come l'inverso dell'impedenza normalizzata del carico. Pertanto $Z_i = 12.5\,\Omega$.
(d) La tensione sulla sezione di ingresso è data dalla relazione:
$$V_i = V_g \frac{Z_i}{Z_g + Z_i} = 10\,e^{j30°}\frac{12.5}{25+12.5} = 0.33\,e^{j30°}\,V.$$

3. Posizionando il punto di carico $y_L = 3 - j$ sulla carta di Smith e ruotando a modulo del coefficiente di riflessione costante, si interseca la circonferenza $g = 1$ nei punti per cui si ha $y_A = 1 - j1.3$ e $y_B = 1 + j1.3$.
Soluzione con stub induttivo: la sezione della linea corrispondente a y_A si trova ad una distanza dal carico pari a $0.3290\,\lambda - 0.2675\,\lambda = 0.0615\,\lambda$. Qui lo stub deve presentare un'ammettenza normalizzata di $+j1.3$ e pertanto deve essere lungo $0.25\,\lambda + 0.145\,\lambda = 0.395\,\lambda$.
Soluzione con stub capacitivo: la sezione della linea corrispondente a y_B si trova ad una distanza dal carico pari a $0.5\,\lambda - (0.2675\,\lambda - 0.1710\,\lambda) = 0.4035\,\lambda$. Qui lo stub deve presentare un'ammettenza normalizzata di $-j1.3$ e pertanto deve essere lungo $0.3550\,\lambda - 0.25\,\lambda = 0.1050\,\lambda$.

4. I dati del problema permettono di ottenere:
$$\varrho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{30-50}{30+50} = -0.25;$$
$$\varrho_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} = \frac{75-50}{75+50} = 0.2;$$
$$T = \frac{L}{v_p} = \frac{18}{3\cdot10^8} = 60\,ns;$$
$$V_1^+ = \frac{V_g Z_0}{Z_g + Z_0} = \frac{12\cdot50}{75+50} = 4.8\,V.$$
Si ha inoltre: $V_1^- = 4.8\,(-0.25) = -1.2\,V$, $V_2^+ = -1.2\,(0.2) = -0.24\,V$, $V_2^- = -0,24\,(-0.25) = 0.06\,V$ e via dicendo. Il diagramma a rimbalzo prosegue teoricamente all'infinito. Quello della tensione è nullo fino a $t = 15\,ns$, assume il valore di $4.8\,V$ fino a $t = 105\,ns$ quando assume il valore di $4.8 - 1.2 = 3.6\,V$ che mantiene fino a $t = 135\,ns$. Quindi assume il valore $3.36\,V$ fino a $t = 180\,ns$ come richiesto. Si lascia allo studente il disegno del diagramma.

5. (a) Si applichi la formula di Friis $P_R = (P_T G_T G_R)/(A_0 A_S)$. Dal testo sono direttamente noti i dati seguenti:
$$\begin{aligned} P_R &= -70\,dBm = 10^{-7}\,mW = 10^{-10}\,W; \\ G_R &= G_T = 10^3\,W = 30\,dB; \\ A_S &= 0. \end{aligned}$$

Calcolata $\lambda = 0.12\,m$, l'attenuazione isotropica vale $A_0 = (\frac{4\pi R}{\lambda})^2 = 1.096\,10^{20}$ e quindi si ha:

$$P_T = \frac{P_R\,A_0}{G_R\,G_T} = \frac{10^{-10}\,1.096\,10^{20}}{10^3\,10^3} = 10.96\,kW = 40.4\,dBW = 70.4\,dBm.$$

Preferendo lavorare direttamente in dBm si ha:

$$P_T[dBm] = P_R[dBm] + A_0[dB] - G_R[dB] - G_T[dB] = -70 + 200.4 - 30 - 30 = 70.4\,dBm,$$

(b) $EIRP = P_T G_T = 70.4\,dBm + 30dB = 100.4\,dBm$ e (c) $ERP = 100.4 - 2.14 = 98.26\,dBm$. Alternativamente in dBW si ha: (b) $EIRP = 70.4\,dBW$ e (c) $ERP = 68.26\,dBW$.

6. Le direzioni di zero si hanno per:
   - $3\pi\,cos\theta = \pi/2$ da cui $cos\theta = \frac{1}{6}$ e quindi $\theta = 80.4°$
   - $3\pi\,cos\theta = 3\pi/2$ da cui $cos\theta = \frac{3}{6}$ e quindi $\theta = 60°$
   - $3\pi\,cos\theta = 5\pi/2$ da cui $cos\theta = \frac{5}{6}$ e quindi $\theta = 33.4°$.

   Altre soluzioni non sono ammissibili infatti per valori dell'argomento del cos^2 maggiori o uguali a $7\pi/2$ si ha $cos\theta > 1$.
   Infine si ha $FNBW = 66.8°$ mentre l'$HPBW$ cercato si ottiene imponendo:
   - $3\pi\,cos\theta = (5\pi/2) + \pi/4$ da cui $cos\theta = \frac{11}{12}$ e quindi $\theta = 23.5°$ che fornisce $HPBW = 47°$.

7. La lunghezza dell'elemento più lungo è data da:

$$l_{12} = l_1\,/\tau^{N-1} = 0.2\,/0.9^{11} = 0.637\,m.$$

   Le due frequenze che definiscono la banda di funzionamento dell'antenna sono quindi:

$$\nu_{min} = c/(2 \cdot l_{12}) = 235\,MHz$$

$$\nu_{max} = c/(2 \cdot l_1) = 750\,MHz.$$

   Le lunghezze dei dipoli sono: $l_1 = 0.200\,m$, $l_2 = 0.222\,m$, $l_3 = 0.247\,m$, $l_4 = 0.274\,m$, $l_5 = 0.304\,m$, $l_6 = 0.338\,m$, $l_7 = 0.376\,m$, $l_8 = 0.418\,m$, $l_9 = 0.464\,m$, $l_{10} = 0.516\,m$, $l_{11} = 0.572\,m$, $l_{12} = 0.637\,m$.

8. (a) Il guadagno si ricava direttamente dalla formula del Radar:

$$\begin{aligned} G &= \sqrt{\frac{P_R\,(4\pi)^3\,R^4}{\sigma_T\,\lambda^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{10^{-9}\,\cdot\,(4\pi)^3\,\cdot\,(120\cdot 10^3)^4}{25\,\cdot\,0.3^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{5\cdot 10^{-14}}{2.25}} = 95568 = 49.8\,dB \end{aligned}$$

   Dove si sono sostituiti $\lambda = c/\nu = 3\cdot 10^8/10^9$ e $P_R = 10^{-9}\,W$.
   (b) L'area efficace, ipotizzando che l'antenna sia ideale, vale:

$$A_{eff} = \frac{\lambda^2\,G}{4\pi} = \frac{0.3^2\,\cdot\,95568}{4\pi} = 684.5\,m^2$$