Elettromagnetismo Applicato

Prova scritta del 23 febbraio 2017

Il candidato risponda ai quesiti riportando i risultati negli appositi spazi sul secondo foglio.

1. Un'onda sinusoidale si propaga in un mezzo omogeneo con perdite con conducibilità elettrica $\sigma = 36$ e presenta una costante di attenuazione pari a $16.85\, m^{-1}$. Si calcolino: (a) l'impedenza intrinseca del mezzo e (b) la distanza che l'onda deve percorrere affinchè la sua ampiezza si riduca al 2% del suo valore iniziale.

2. Una linea di trasmissione a 50 Ω è chiusa su un carico sconosciuto. Il coefficiente di riflessione vale $0.312 - j0.541$ alla distanza di 0.125λ dal carico. Si determinino: (a) l'impedenza di carico; (b) il ROS; (c) le condizioni di adattamento con uno stub corto-circuitato in parallelo.

3. Una linea di trasmissione ideale a 50 Ω è alimentata con un gradino di tensione a $V_g = 5$ V e $R_g = 25$ Ω e chiusa su un carico $Z_L = 100$ Ω. Sapendo che il mezzo dielettrico che costituisce la linea ha $\epsilon_r = 25$ e che la linea è lunga 6 m, tracciare il diagramma a rimbalzo per la tensione $V(z,t)$ e l'andamento della tensione nel punto intermedio della linea nell'intervallo tra t =0 e $t = 0.5$ μs.

4. Una linea senza perdite con impedenza caratteristica $Z_0 = 50\,\Omega$ è chiusa su un carico $Z_L = 125\,\Omega$. Si calcolino l'impedenza di ingresso e il coefficiente di riflessione alla distanza di (a) $\lambda/4$ e (b) $\lambda/3$ dal carico. (c) Si ricavino infine le condizioni di adattamento con una rete $\lambda/4$.

5. Un'antenna con angoli HPBW sui piani zenitale ed azimutale rispettivamente pari a 15° e 10° ha rendimento pari a 0.85. Se l'antenna è alimentata con una potenza pari a $12\, kW$, si calcolino i corrispondenti (a) EIRP ed (b) ERP.

6. Il radar primario di sorveglianza di un piccolo aeroporto deve garantire la sicurezza degli areomobili in fase di decollo ed avvicinamento, tracciando la posizione dei velivoli fino ad una distanza di 120 km dalla pista. Il radar opera a 1 GHz ed è alimentato con una potenza di 20 kW, mentre il ricevitore a terra ha sensitivity pari a -60 dBm. Supponendo che la sezione radar di un tipico aereo civile sia circa 25 m^2, calcolare (a) il minimo guadagno e (b) la minima area efficace d'antenna necessari (si consideri un'efficienza d'apertura unitaria).

7. Un'antenna irradia nello spazio libero secondo la seguente funzione di intensità di radiazione normalizzata:
$$i_r(\theta,\phi) = sin^2\theta \cdot sin\phi \qquad con\ 0 \le \theta \le \pi,\ 0 \le \phi \le \pi$$
si calcolino: (a) la direzione di massimo; (b) l'HPBW nelle due direzioni; (c) la direttività dell'antenna (si consiglia l'utilizzo della formula approssimata).

8. Un semidipolo posto perpendicolarmente ad un piano conduttore ha la seguente intensità di radiazione normalizzata:
$$i_r(\theta) = \cos^2(3\pi\cos\theta)\,\sin^2(2\theta)$$
si determinino le direzioni di zero nel semispazio $0 \le \theta \le \pi/2$.

Risposte

1. (a) Si ha:

$$\eta_c = (1-j)\frac{\alpha}{\sigma} = (1+j)\frac{16.85}{36} = (1+j)\,0.468\;\Omega.$$

(b) La distanza z che l'onda deve percorrere per ridurre la sua ampiezza al 2% del valore iniziale è data da:

$$\begin{aligned} e^{-\alpha z} &= 0.02 \\ -\alpha z &= \ln(0.02) \\ z = \frac{\ln(0.02)}{-\alpha} &= \frac{3.91}{16.85} = 0.232\ m = 23.2\ cm. \end{aligned}$$

2. (a) Dai dati forniti si ricavano:

$$\begin{aligned} |\rho| &= \sqrt{\Re e[\rho_i]^2 + \Im m[\rho_i]^2} = \sqrt{0.312^2 + 0.541^2} = 0.6245 \\ \angle\rho_i &= atan\left(\frac{\Im m[\rho_i]}{\Re e[\rho_i]}\right) = atan\left(\frac{-0.541}{0.312}\right) = -1.047\ rad = -60^\circ \end{aligned}$$

Tracciando sulla carta di Smith la circonferenza a $|\rho|$ costante e leggendo l'impedenza per $\angle\rho_i = 60^\circ$ si trova $z_i = 0.8 - j1.4$. Per calcolare l'impedenza di carico è sufficiente ruotare sulla circonferenza $|\rho|$ costante in senso antiorario di 90°, corrispondenti a una distanza di 0.125λ, individuando l'impedenza di carico $z_L \approx 2 + j2$, ovvero $Z_L = (100 + j100)\ \Omega$ (a).
(b) Il rapporto d'onda stazionario si legge in corrispondenza dell'intersezione dx della circonferenza a $|\rho|$ costante con l'asse delle impedenze reali e vale ROS ≈ 4.25.
(c) Le condizioni di adattamento possono essere ricavate mediante la carta di Smith delle ammettenze, secondo la costruzione in Fig. 1. L'ammettenza di carico vale $y_l = 1/z_l = 0.25 - j0.25$. Le distanze a cui collocare lo stub si ottengono leggendo sulla ghiera esterna la distanza che deve essere percorsa lungo la linea (senso orario) per spostarsi dalla retta rossa, passante per y_L, a una delle due rette blu, che individuano i punti P_1 e P_2 ad ammettenza normalizzata $1 \mp jx$. Si ricavano:

$$\begin{aligned} P_1 &: d_1 = 0.218\lambda\ (x = 1.6) \\ P_2 &: d_2 = 0.368\lambda\ (x = -1.6) \end{aligned}$$

la lunghezza dello stub in c.c. si ricava invece determinando dalla ghiera esterna la distanza dal punto di c.c. dalla curva a suscettanza opposta a quella della linea nei punti P_1 e P_2, da cui:

$$\begin{aligned} P_1 &: l_1 = 0.088\lambda\ (x_{stub} = -1.6) \\ P_2 &: l_2 = 0.412\lambda\ (x_{stub} = 1.6) \end{aligned}$$

3. Dai dati forniti si ricavano:

$$\begin{aligned} V_+ &= \frac{V_g Z_0}{Z_0 + R_g} = \frac{5 \cdot 50}{50 + 25} = 3.33\ V \\ \rho_g &= \frac{R_g - Z_0}{R_g + Z_0} = \frac{25 - 50}{25 + 50} = -\frac{1}{3} \\ \rho_L &= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{100 - 50}{100 + 50} = \frac{1}{3} \\ v_p &= \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{25}} = 6 \cdot 10^7\ m/s \\ t &= \frac{L}{v_p} = \frac{6}{6 \cdot 10^7} = 0.1\ \mu s \end{aligned}$$

a partire dai quali è possibile tracciare i grafici richiesti, riportati in Fig. 2.

4. L'impedenza di carico normalizzata vale $z_L = Z_L/Z_0 = 2.5$.
(a) L'impedenza normalizzata di ingresso alla distanza $\lambda/4$ dal carico è l'inverso del valore di carico, pertanto:

$$\begin{aligned} z_i(\lambda/4) = \frac{1}{z_L} &= \frac{1}{2.5} = 0.4 \Rightarrow Z_i(\lambda/4) = 20\,\Omega \\ \rho_i(\lambda/4) = \frac{z_i - 1}{z_i + 1} &= \frac{0.4 - 1}{0.4 + 1} = -0.42 \end{aligned}$$

(b) Alla distanza di $\lambda/3$ dal carico, utilizzando la carta di Smith, si legge:

$$\begin{aligned} z_i(\lambda/3) &= 0.5 + j0.45 \Rightarrow Z_i(\lambda/3) = (25 + j22.5)\,\Omega \\ \rho_i(\lambda/3) &= 0.42e^{j120^\circ} \end{aligned}$$

(c) Poichè la linea è chiusa su un carico puramente reale, l'adattatore $\lambda/4$ può essere collocato direttamente sul carico, con impedenza caratteristica $Z_0' = \sqrt{Z_L\,Z_0} = \sqrt{125 \cdot 50} = 79\,\Omega$. In alternativa, è possibile collocare l'adattatore a distanza $\lambda/4$ dal carico, con impedenza $Z_0' = \sqrt{Z_i(\lambda/4)\,Z_0} = \sqrt{20 \cdot 50} = 31.6\,\Omega$.

5. Dai dati forniti si ricava, dopo avere convertito in radianti gli angoli HPBW sui due piani, il guadagno d'antenna:

$$G = \eta \frac{4\pi}{\beta_\theta \cdot \beta_\phi} = 0.85 \cdot \frac{4\pi}{0.262 \cdot 0.174} = 234.3$$

Da cui:

$$\begin{aligned} (a) EIRP = G \cdot P_T = 243.3 \cdot 12 \cdot 10^3 &= 2.81 \cdot 10^6\ W = 64.5\ dBW \\ (b) ERP = EIRP_{dB} - 2.14 &= 62.34\ dBW \end{aligned}$$

6. (a) Il guadagno si ricava direttamente dalla formula del Radar:

$$\begin{aligned} G &= \sqrt{\frac{P_{R,min}\,(4\pi)^3\,R^4}{\sigma_T\,\lambda^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{10^{-9} \cdot (4\pi)^3 \cdot (120 \cdot 10^3)^4}{25 \cdot 0.3^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-14}}{2.25}} = 95568 = 49.8\ dB \end{aligned}$$

Dove si sono sostituiti $\lambda = c/\nu = 3 \cdot 10^8/10^9$ e $P_{R,min} = 10^{-9}\ W$.
(b) L'area efficace, ipotizzando che l'antenna sia ideale, vale:

$$A_{eff} = \frac{\lambda^2\,G}{4\pi} = \frac{0.3^2 \cdot 95568}{4\pi} = 684.5\ m^2.$$

7. (a) I diagrammi di radiazione sui piani di elevazione e azimutale sono riportati in Fig. 3. La direzione di massimo è quella per cui $\sin^2\theta = 1$ e $\sin\phi = 1$ cioè $\theta = \pi/2$, $\phi = \pi/2$.
(b) Sul piano di elevazione si ha

$$\begin{aligned} \sin^2\theta &= \frac{1}{2} \\ \theta &= arcsin(\sqrt{2}/2) \\ \theta &= 45^\circ \end{aligned}$$

Analogamente sul piano azimutale si ha:

$$\begin{aligned}\sin\phi &= \frac{1}{2}\\ \phi &= arcsin(1/2)\\ \phi &= 30°\end{aligned}$$

Per simmetria del diagramma di radiazione, l'HPBW sui piani di elevazione e azimutale sono pertanto:

$$\Delta\theta = 180° - 2\cdot 45° = 90° \qquad \Delta\phi = 180° - 2\cdot 30° = 120°$$

(c) La direttività dell'antenna vale:

$$D \approx \frac{4\pi}{\Delta\theta\,\Delta\phi} = \frac{4\pi}{\frac{\pi}{2}\cdot\frac{2\pi}{3}} = \frac{12}{\pi} = 3.82 = 5.8\,dB.$$

8. Le condizioni di zero sono l'unione delle soluzioni di $\sin^2(2\theta) = 0$ e $\cos^2(3\pi\cos\theta) = 0$, nell'intervallo di θ ammesso. Si ha quindi:

$$\begin{aligned}\sin^2(2\theta) &= 0 \Rightarrow \theta = 0, \frac{\pi}{2}\\ \cos^2(3\pi\cos\theta) &= 0 \Rightarrow 3\pi\cos\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\cdots\end{aligned}$$

da cui:

$$\begin{aligned}3\pi\cos\theta &= \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{6} \Rightarrow \theta = 1.403\,rad\\ 3\pi\cos\theta &= \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}\,rad\\ 3\pi\cos\theta &= \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{5}{6} \Rightarrow \theta = 0.586\,rad\\ 3\pi\cos\theta &= \frac{7\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{7}{6} \Rightarrow \nexists\theta \in [0, \pi/2]\end{aligned}$$

Per cui le condizioni di zero sono ottenute per θ pari a 0, 0.586, $\pi/3$, 1.403, $\pi/2$ radianti, ovvero 0°, 33.5°, 60°, 80°, 90°.

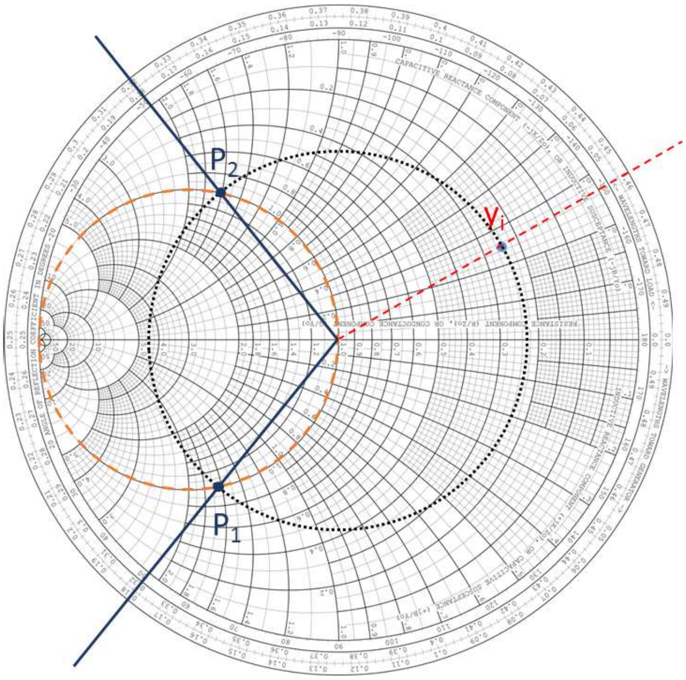

Figura 1: Costruzione grafica per la risoluzione dell'esercizio 2.

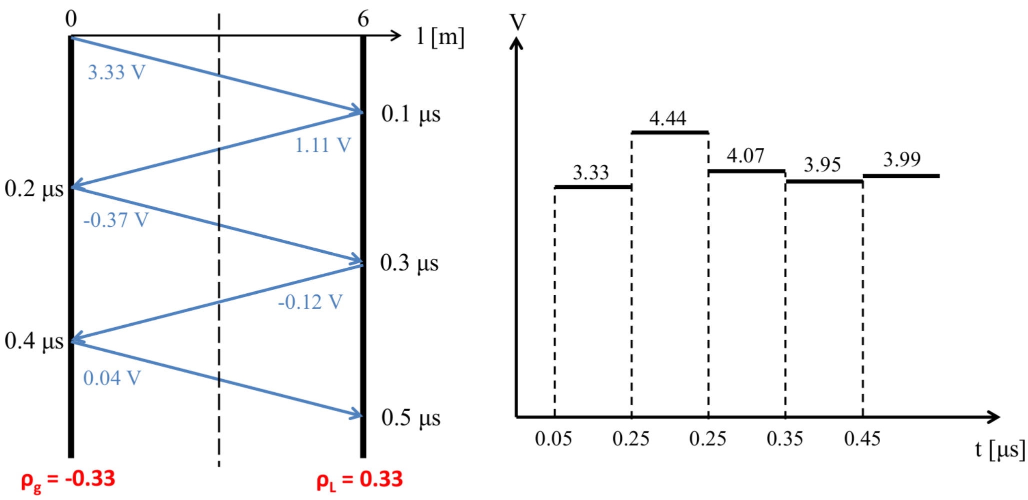

Figura 2: Soluzione dell'esercizio 3.

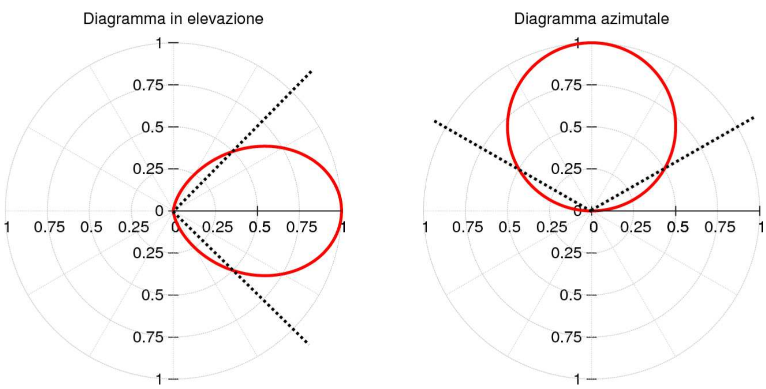

Figura 3: Diagrammi di radiazione in elevazione e azimutale per l'esercizio 7.