Elettromagnetismo Applicato

Prova scritta del 20 dicembre 2019

Il candidato risponda ai quesiti riportando i risultati negli appositi spazi sul foglio delle risposte.

1. Si trovi l'impedenza di carico di una linea a $75\,\Omega$ che lavora a $250\,kHz$ ed è lunga $300\,m$, sapendo che la sua impedenza di ingresso vale $Z_i = (75 - j37.5)\Omega$.

2. Su un oscilloscopio connesso all'ingresso di una linea di trasmissione adattata, con $Z_0 = 50\,\Omega$ e $\varepsilon_r = 2.25$, si osserva che la tensione, inizialmente al un valore iniziale di $12\,V$, subisce una brusca transizione a $6.24\,V$ dopo $28\,\mu s$. Determinare in che punto la linea si è danneggiata e il coefficiente di riflessione dovuto al guasto.

3. Una linea di trasmissione è connessa ad un carico con ammettenza normalizzata $y_L = 0.8 - j0.8$. Si adatti la linea con uno stub in parallelo il più vicino possibile al carico.

4. Si trovi l'impedenza di carico normalizzata corrispondente al coefficiente di riflessione (a) di modulo 0.9 e fase 110° e (b) di modulo 0.9 e fase 250°.

5. Un trasmettitore isotropico di un hotspot indoor lavora a $2.4\,GHz$ e comunica con due antenne riceventi costituite da dipoli elettrici corti. La prima, posta ad una distanza di $5\,m$, riceve una potenza pari a $-80\,dBW$. Quanta potenza riceve il secondo dipolo, posto ad una distanza dal trasmettitore di $3.5\,m$, se risulta disallineato rispetto alla propria direzione di massimo di 20°?

6. Determinare la portata massima di un radar a $20\,GHz$ con guadagno di $24\,dB$ che trasmette una potenza di $1\,kW$, ha una sensibilità di $-80\,dBm$ e deve vedere un bersaglio caratterizzato da una sezione radar di $10\,m^2$.
   Tale portata è maggiore o minore della *distanza non ambigua* r_u se il radar opera con una frequenza di ripetizione degli impulsi di $\nu_p = 2\,kHz$?

7. Il campo generato da una antenna in un punto a $100\,m$ di distanza vale $6\,V/m$. Calcolare il modulo del vettore di Poynting e l'intensità di radiazione in quel punto.

8. Si consideri un'antenna d'apertura di terra, rettangolare e di dimensione $a = 1\,m \times b = 2\,m$, puntata su un satellite che trasmette a $30\,GHz$. La sua intensità di radiazione è data da $I(\theta) = I_0 sinc^2(2\pi(a/\lambda)sin\theta sin\phi)sinc^2(2\pi(b/\lambda)sin\theta cos\phi)$. Si indichi (a) l'$HPBW$ nei due piani ortogonali contenenti l'asse polare z (si ricorda che $sinc(1.39) = 0.7$), (b) la direttività e (c) l'angolo solido del fascio Ω_A.

Risposte

1. L'impedenza di ingresso normalizzata vale $z_i = 1 - j0.5$ mentre la lunghezza elettrica della linea è:
$$\frac{l}{\lambda} = \frac{300\ 250 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 0.25,$$
ovvero $l = \lambda/4$, pertanto $z_L = 1/z_i = 1/(1 - j0.5) = 0.8 + j0.4$. Volendo invece utilizzare la Carta di Smith, una volta identificata la posizione dell'impedenza di ingresso, e il relativo coefficiente di riflessione, si ruota di $\lambda/4$ a modulo costante fermandosi sul punto che rappresenta l'impedenza di carico normalizzata $z_L = 0.8 + j0.4$ da cui $Z_L = (60 + j30)\,\Omega$

2. La velocità di propagazione lungo la linea è:
$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{\sqrt{2.25}} = \frac{3 \times 10^8}{1.5} = 2 \times 10^8 m/s.$$
Per un guasto a distanza d, il tempo di andata e ritorno è $\Delta t = 2d/v_p$ e quindi
$$d = \frac{\Delta t \cdot v_p}{2} = \frac{28 \times 10^{-6} \cdot 2 \times 10^8}{2} = 2800\,m.$$
Infine, la variazione della tensione osservata nella linea, $6.24 - 12 = -5.76\,V$, è dovuta a V_1^- e quindi $V_1^- = \varrho_f V_1^+ = -5.76V$ da cui il coefficiente di riflessione ϱ_f dovuto al guasto:
$$\varrho_f = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{-5.76V}{12V} = -0.48.$$

3. Posizionando il punto di carico $y_L = 0.8 - j0.8$ sulla carta di Smith e ruotando a modulo del coefficiente di riflessione costante, la prima intersezione con la circonferenza $g = 1$ si ha nel punto $y_A = 1 + j0.95$, dopo una rotazione $d = 0.14\,\lambda + 0.16\,\lambda = 0.30\,\lambda$. Per avere l'adattamento lo stub deve fornire la suscettanza $-j0.95$ ovvero essere lungo $0.129\,\lambda$.

4. Vale $z(l) = (1 + \varrho(l))/(1 - \varrho(l))$ e pertanto:
(a)
$$z(l) = \frac{1 + 0.9e^{j110°}}{1 - 0.9e^{j110°}} = 0.08 + j0.7;$$
(b)
$$z(l) = \frac{1 + 0.9e^{j250°}}{1 - 0.9e^{j250°}} = 0.08 - j0.7.$$
Gli stessi risultati si possono ottenere molto più facilmente identificando i due punti dati sulla carta di Smith e leggendo i relativi valori di r e x per essi passanti.

5. Si applichi la formula di Friis per trovare la potenza del trasmettitore, con $\lambda = 3 \cdot 10^8 / 2.4 \cdot 10^9 = 0.125\,m$ e quindi $A_0 = (4\pi r/\lambda)^2 = 252662$:
$$P_T = \frac{P_R A_0}{G_T G_R} = \frac{10^{-8}\,252662}{1 \cdot 1.5} = 1.68 mW.$$

Considerando che deve essere $i_{rR} = \sin^2 70° = 0.883$, e $A_0 = (4\pi r/\lambda)^2 = 123804$, si riapplichi ora Friis nella forma

$$P_R = \frac{P_T G_T G_R}{A_0} i_{rT} i_{rR} = \frac{1.68 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 1.5}{123804} \cdot 1 \cdot 0.883 = 18 \cdot 10^{-9}\, W = 18\, nW.$$

6. Si applichi direttamente la

$$r_{max} = \sqrt[4]{\frac{P_T}{P_R} \frac{G_T^2 \lambda^2}{(4\pi)^3} \sigma},$$

avendo $\lambda = 0.015$, $G_T = 251$ e $P_R = 10^{-8}\, mW = 10^{-11}\, W$:

$$r_{max} = \sqrt[4]{\frac{1 \cdot 10^3}{10^{-11}} \frac{251^2\, 0.015^2}{(4\pi)^3} 10} = 1635\, m.$$

La distanza non ambigua è maggiore della portata del radar essendo:

$$r_u = \frac{cT_p}{2} = \frac{c}{2\nu_p} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 2 \cdot 10^3} = 75\, km.$$

7. Il modulo del vettore di Poynting $\overline{S}$ è dato da:

$$|\overline{S}(r, \theta, \phi)| = \frac{|E(r, \theta, \phi)|^2}{2\eta} = \frac{6^2}{2 \cdot 377} = 47.74\ mW/m^2.$$

L'intensità di radiazione è data da:

$$I_r(\theta, \phi) = \frac{|E(\theta, \phi)|^2}{2\eta} = \frac{|E(r, \theta, \phi)|^2\, r^2}{2\eta} = \frac{6^2 \cdot 100^2}{2 \cdot 377} = 477.4\ W/sr.$$

8. (a) L'$HPBW$ si ottiene imponendo che l'intensità di radiazione si dimezzi nei due piani di elevazione che contengono l'asse z, tra loro ortogonali. Nel piano $\phi = 0$ si ha

$$i_r = sinc^2(2\pi(b/\lambda)sin\theta) = 0.5$$

da cui $sinc(2\pi(b/\lambda)sin\theta) = 0.7$ che fornisce $2\pi(b/\lambda)sin\theta = 1.39$ e $\theta = (1.39/2\pi)(\lambda/b) = 0.0011\, rad = 0.063°$ e infine $HPBW = 0.0022\, rad = 0.126°$.
Nel piano ortogonale, per $\phi = \pi/2$, con procedimento analogo, si ha $2\pi(a/\lambda)sin\theta = 1.39$ da cui $\theta = (1.39/2\pi)(\lambda/a) = 0.0022\, rad$ e quindi $HPBW = 0.0044\, rad = 0.252°$.
(b) La direttività si può ottenere approssimando l'area efficace con quella geometrica:

$$D = \frac{4\pi\, A_{eff}}{\lambda^2} = \frac{4\pi\, 2}{0.01^2} = 251327 = 54\, dBi.$$

Ricorrendo invece alla formula approssimata si ha:

$$D = \frac{4\pi}{\theta_1\, \theta_2} = \frac{4\pi}{0.0022 \cdot 0.0044} = 1.3 \cdot 10^6 = 61\, dBi.$$

(c) Infine l'angolo solido del fascio si ottiene dalla

$$\Omega_A = 4\pi/D.$$

Con i due valori di direttività calcolati si ricavano rispettivamente $\Omega_A = 50 \cdot 10^{-6}\, sr$ e $\Omega_A = 10 \cdot 10^{-6}\, sr$. A quest'ultimo valore si giunge anche tramite la $\Omega_A = \theta_1\, \theta_2 = 0.00000968\, sr \simeq 10 \cdot 10^{-6}\, sr$.