

Elettromagnetismo Applicato

Prova scritta del 21 dicembre 2018

Il candidato risponda ai quesiti riportando i risultati negli appositi spazi sul foglio delle risposte.

1. Si trovi l'impedenza caratteristica e la velocità di fase del campo in una linea di trasmissione priva di perdite con $C = 400 \text{ pF/m}$ e $L = 1 \text{ } \mu\text{H/m}$.
2. Data una linea di trasmissione senza perdite con $\epsilon_r = 2.25$, lunga 60 cm , con $Z_0 = 50 \text{ } \Omega$, chiusa su un carico $Z_L = 25 \text{ } \Omega$, si disegni il diagramma a rimbando per la tensione $V(z, t)$ supponendo la linea alimentata da un gradino di tensione applicato in $t = 0$ da un generatore con $V_g = 12 \text{ V}$ e $Z_g = 50 \text{ } \Omega$. Quanto vale la tensione a metà della linea e sul carico a 5.5 ns ?
3. Una linea di trasmissione è connessa ad un carico con ammettenza normalizzata $y_L = 3 - j2$. Si trovino le possibili posizioni e lunghezze di uno stub in parallelo necessario per adattare la linea.
4. Una linea di trasmissione senza perdite, lunga 10 m , ha impedenza caratteristica $Z_0 = 50 \text{ } \Omega$, è chiusa su un carico $Z_L = 100 + j50 \text{ } \Omega$, è alimentata da un generatore di tensione $V_g = 100 \text{ V}$ operante a 26 MHz e con impedenza interna $Z_g = 50 \text{ } \Omega$. Il campo nella linea si propaga con una velocità $v_p = 200 \text{ m}/\mu\text{s}$. Si determini (a) l'impedenza di ingresso, (b) il coefficiente di riflessione sul carico e sulla sezione di ingresso, (c) la tensione sulla sezione di ingresso, fasoriale e nel dominio del tempo, (d) l'ampiezza dell'onda di tensione diretta V_+ ed infine (e) la tensione sulla sezione di carico, fasoriale e nel dominio del tempo.
5. Un radar operante a 10 GHz è realizzato con un'antenna parabolica con efficienza d'apertura $\epsilon_{ap} = 0.85$ che eroga una potenza di 200 kW . Il rendimento dell'antenna è unitario e la sua sensibilità in ricezione è -90 dBm . L'antenna deve essere in grado di rilevare bersagli con sezione radar pari a 1.5 m^2 a una distanza di 150 km . Calcolare: (a) il minimo guadagno d'antenna necessario, espresso in dB ; (b) il corrispondente diametro dell'antenna parabolica.
6. Un'antenna parabolica ha rendimento unitario ed efficienza dell'apertura $\epsilon_{ap} = 0.75$. Se lavorando a $\nu = 3 \text{ GHz}$ presenta un $EIRP = 185000 \text{ W}$ con una potenza $P_T = 1 \text{ kW}$, si determini il suo diametro e la direttività in dBd .
7. Data una schiera lineare uniforme di tipo broadside costituita da 10 elementi e operante a 500 MHz , si indichi, nel caso di progetto ottimo, (a) la spaziatura tra i dipoli e (b) l'ampiezza angolare del lobo principale del fattore di schiera.
8. Si consideri un'antenna d'apertura di terra puntata su un satellite che trasmette a 2 GHz . Se la sua intensità di radiazione è $I(\theta) = I_0 \text{ sinc}^2(2\pi(a/\lambda)\sin\theta)$, (a) quanto deve valere la dimensione dell'antenna a affinché un secondo satellite posto a 45° dalla direzione di massimo sia in corrispondenza di una sua direzione di zero? Si indichi (b) il FNBW e (c) l'HPBW nelle condizioni appena trovate (si ricorda che $\text{sinc}(1.39) = 0.7$).

Risposte

1. Dati L e C si ha immediatamente:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-6}}{400 \cdot 10^{-12}}} = 50 \Omega; \quad v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 50 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

2. I dati del problema permettono di ottenere:

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{25 - 50}{25 + 50} = -\frac{1}{3};$$

$$\rho_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} = \frac{50 - 50}{50 + 50} = 0;$$

$$T = \frac{L}{v_p} = \frac{0.6}{3 \cdot 10^8 / \sqrt{2.25}} = 3 \text{ ns};$$

$$V_1^+ = \frac{V_g Z_0}{Z_g + Z_0} = \frac{12 \cdot 50}{50 + 50} = 6 \text{ V}.$$

L'onda riflessa di ampiezza $V_1^- = 6(-1/3) = -2 \text{ V}$ viene completamente assorbita dal generatore e il diagramma a rimbalzo termina dopo 6 ns .

Sia a metà della linea sia sul carico si sommano l'onda diretta e quella riflessa fornendo un valore di 4 V .

3. Posizionando il punto di carico $y_L = 3 - j2$ sulla carta di Smith e ruotando a modulo del coefficiente di riflessione costante, si interseca la circonferenza $g = 1$ nei punti per cui si ha $y_A = 1 - j1.7$ e $y_B = 1 + j1.7$.

Soluzione con stub induttivo

La sezione della linea corrispondente a y_A si trova ad una distanza dal carico pari a $0.319 \lambda - 0.275 \lambda = 0.044 \lambda$. Qui lo stub deve presentare un'ammettenza normalizzata di $+j1.7$ e pertanto deve essere lungo $0.25 \lambda + 0.166 \lambda = 0.416 \lambda$.

Soluzione con stub capacitivo

La sezione della linea corrispondente a y_B si trova ad una distanza dal carico pari a $0.5 \lambda - 0.275 \lambda + 0.181 \lambda = 0.406 \lambda$. Qui lo stub deve presentare un'ammettenza normalizzata di $-j1.7$ e pertanto deve essere lungo $0.335 \lambda - 0.25 \lambda = 0.085 \lambda$.

4. (a) La lunghezza elettrica della linea è:

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{l}{v_p/\nu} = \frac{10 \cdot 26 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^6} = 1.3$$

e quindi l'impedenza di ingresso vale:

$$\begin{aligned} Z_i &= Z_0 \frac{Z_L \cos \beta l + j Z_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + j Z_L \sin \beta l} \\ &= 50 \frac{(100 + j50) \cos(2\pi 1.3) + j50 \sin(2\pi 1.3)}{50 \cos(2\pi 1.3) + j(100 + j50) \sin(2\pi 1.3)} \\ &= (19.21 + j3.52) \Omega \\ &= 19.53 e^{j10.38^\circ}. \end{aligned} \tag{1}$$

(b) Il coefficiente di riflessione sul carico è:

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{50 + j50}{150 + j50} = 0.4 + j0.2 = 0.447 e^{j26.57^\circ}.$$

Quello sulla sezione d'ingresso, dato

$$2\beta l = 2\frac{2\pi}{\lambda}l = 4\pi \cdot 1.3 = 936^\circ$$

che è equivalente a $936^\circ - 720^\circ = 216^\circ$, vale:

$$\rho_i = \rho_L e^{j2\beta(-l)} = 0.447 e^{j26.57^\circ} e^{-j216^\circ} = 0.447 e^{-j189.43^\circ}.$$

(c) La tensione in ingresso alla linea è data da:

$$V_i = \frac{Z_i}{Z_i + Z_g} V_g = \frac{19.21 + j3.52}{19.21 + j3.52 + 50} 100 = 28.18 e^{j7.5^\circ}$$

da cui

$$V_i(t) = 28.18 \cos(2\pi \cdot 26 \cdot 10^6 t + 7.5^\circ).$$

(d) Dalla

$$V(l) = V_+ e^{-j\beta l} (1 + \rho(l))$$

calcolata in corrispondenza del generatore, si ha:

$$V_+ = \frac{V_i e^{j\beta l}}{1 + \rho_i}$$

con $l = -1.3 \text{ m}$ e quindi:

$$V_+ = \frac{28.18 e^{j7.5^\circ} e^{-j2\pi \cdot 1.3}}{1 + 0.447 e^{-j189.43^\circ}} = \frac{28.18 e^{-j100.5^\circ}}{0.559 + j0.073} = 50 e^{-j108^\circ}.$$

(e) Infine, con il valore di V_+ appena trovato, si può calcolare la tensione sul carico, ovvero in $l = 0$:

$$V_L = V_+(1 + \rho_L) = 50 e^{-j108^\circ} (1 + 0.4 + j0.2) = 70.71 e^{-j99.85^\circ}$$

da cui

$$V_L(t) = 70.71 \cos(2\pi \cdot 26 \cdot 10^6 t - 99.85^\circ).$$

5. Dai dati forniti si ricavano immediatamente $\lambda = 0.03 \text{ m}$ e $P_{R,min} = 10^{-12} \text{ W}$.

(a) Il minimo guadagno di antenna necessario si ricava invertendo la formula del radar:

$$G_{min} = \sqrt{\frac{P_{R,min} (4\pi)^3 R^4}{P_T \lambda^2 \sigma_T}} = \sqrt{\frac{10^{-12} (4\pi)^3 (150 \cdot 10^3)^4}{2 \cdot 10^5 \cdot 0.03^2 \cdot 1.5}} = 60976$$

da cui $G_{min} = 10 \text{ Log}(60976) = 47.85 \text{ dB}$.

(b) Essendo il rendimento dell'antenna unitario, l'area efficace vale:

$$A_{eff} = \frac{\lambda^2 G}{4\pi} = \frac{0.03^2 \cdot 60976}{4\pi} = 4.37 \text{ m}^2$$

da cui:

$$A_{geo} = \frac{A_{eff}}{\epsilon_{ap}} = \frac{4.37}{0.85} = 5.14 \text{ m}^2$$
$$d_{geo} = 2\sqrt{\frac{A_{geo}}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{5.14}{\pi}} = 2.56 \text{ m}$$

6. Dall'EIRP di ricava

$$G = EIRP/P_T = 185 = 22.67 \text{ dBi}$$

che corrisponde anche alla direttività D essendo il rendimento unitario. Ricordando la relazione

$$\frac{A_{eff}}{D} = \frac{\lambda^2}{4\pi},$$

si ha:

$$A_{eff} = \frac{D \lambda^2}{4\pi} = 0.147,$$

da cui $A_{geom} = A_{eff}/\epsilon_{ap} = 0.1963$. Il diametro vale quindi 0.5 m .

La direttività infine è $D = 22.67 - 2.14 = 20.53 \text{ dBd}$.

7. (a) La spaziatura tra gli elementi di una schiera broadside nel caso di progetto ottimo è data da $l = \lambda/2$. Pertanto:

$$l = \frac{3 \times 10^8}{2 \cdot 500 \times 10^6} = 0.3 \text{ m}.$$

(b) Il lobo principale del fattore di schiera è compreso tra $-\pi/10$ e $\pi/10$ e presenta pertanto un'ampiezza di 36° ovvero $\Delta\psi = 2 \arcsin(2/10) = 0.4 \text{ rad} = 23^\circ$.

8. (a) L'intensità di radiazione si annulla per

$$2\pi(a/\lambda)\sin\theta = \pi$$

da cui:

$$a = \frac{\lambda}{2 \sin(\pi/4)} = \frac{3 \times 10^8 / 2 \times 10^9}{2 \sin(\pi/4)} = 0.107 \text{ m}.$$

(b) Il FNBW vale 90° .

(c) L'HPBW si ottiene imponendo che l'intensità di radiazione si dimezzi, ovvero:

$$2\pi(a/\lambda)\sin\theta = 1.39$$

da cui $\theta = (1.39/2\pi)(\lambda/a) = 0.31 \text{ rad}$ e quindi $HPBW = 0.62 \text{ rad} = 35.5^\circ$.