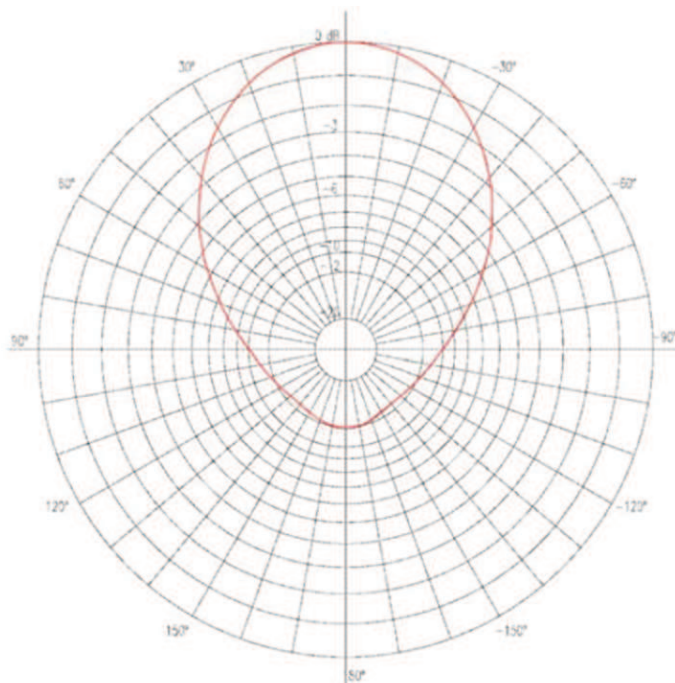


Elettromagnetismo Applicato

Prova scritta del 26 gennaio 2016

1. Un campo elettrico a $\nu = 10 \text{ MHz}$, si propaga in un mezzo con $\mu_r = 1$, $\varepsilon_r = 65$ e la conducibilità $\sigma = 4 \text{ S/m}$. Si indichi (a) se il mezzo è un buon conduttore o un buon dielettrico e si determini il valore (b) della costante di attenuazione α , (c) della costante di fase β , (d) dell'impedenza intrinseca del mezzo.
2. Utilizzando la carta di Smith si trovi (a) l'impedenza di ingresso (b) il coefficiente di riflessione al carico e (c) il rapporto d'onda stazionaria di una linea senza perdite a 75Ω lunga $l = 1.83 \lambda$ e chiusa su un carico $Z_L = -j105 \Omega$.
3. Una linea di trasmissione a 50Ω , operante a 1 GHz , è connessa ad un carico con impedenza $Z_L = (100 - j150) \Omega$. Si trovi (a) il coefficiente di riflessione al carico, (b) la condizione di adattamento con uno stub in parallelo il più vicino possibile al carico, (c) il valore dell'elemento concentrato equivalente allo stub appena calcolato.
4. Si consideri una linea di trasmissione con $R_g = 300 \Omega$, $R_L = 50 \Omega$, $Z_0 = 100 \Omega$, $v_p = 200 \text{ m}/\mu\text{s}$, $L = 400 \text{ m}$ $V_g = 200 \text{ V}$. Si rappresentino il diagramma a rimbalzo per la tensione $V(z, t)$ e l'andamento della tensione nel tempo a fine linea tra 0 e $10 \mu\text{s}$.
5. Un'astronave in viaggio nello spazio spedisce dati verso la terra da una distanza $R = 1.6 \cdot 10^{11} \text{ m}$. l'antenna trasmittente ha un guadagno $G_T = 27 \text{ dB}$ e opera ad una frequenza $\nu = 2.3 \text{ GHz}$. La potenza del trasmettitore è 17 W . La stazione di terra lavora con una antenna parabolica avente diametro $d = 64 \text{ m}$ e rendimento $\delta = 0.55$. Se la temperatura di sistema della stazione di terra è pari a $T_{sys} = 305 \text{ K}$ e il canale trasmissivo occupa una banda di 5 GHz calcolare il rapporto segnale rumore SNR che si ha al ricevitore.
6. Si consideri un'antenna d'apertura di terra puntata su un satellite che trasmette a 200 MHz . Se la sua intensità di radiazione è $I(\theta) = I_0 \text{sinc}^2(2\pi(a/\lambda)\sin\theta)$, (a) quanto deve valere la dimensione dell'antenna a affinché un secondo satellite posto a 15° dalla direzione di massimo sia in corrispondenza di una sua direzione di zero? Si indichi (b) il FNBW (c) l'HPBW nelle condizioni appena trovate (si ricorda che $\text{sinc}(1.39) = 0.7$).
7. Un'antenna parabolica che lavora a 150 MHz presenta il diagramma di radiazione in figura su entrambi i piani ortogonali di emissione. Se ne calcoli il diametro supponendo la sua efficienza d'apertura sia $\epsilon_{ap} = 0.7$.



Risposte

1. (a) Poichè si ha

$$R = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_r \varepsilon_0} = \frac{4}{2\pi \cdot 10^7 \cdot 65 \cdot 10^{-9} / (36\pi)} = 110 \gg 1$$

il mezzo è un buon conduttore. (b) Di conseguenza la costante di attenuazione è data da:

$$\alpha = \frac{1}{\delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 10^7 (4\pi \cdot 10^{-7}) 4}{2}} = 4\pi \text{ Np/m};$$

(c) la costante di fase è uguale, $\beta \approx \alpha = 4\pi \text{ rad/m}$ mentre (d) l'impedenza intrinseca:

$$\eta_c = (1 + j) \frac{\alpha}{\sigma} = (1 + j) \frac{4\pi}{4} = (1 + j) \pi = 4.44 e^{j\pi/4} \Omega.$$

2. (a) L'impedenza di carico normalizzata vale $z_L = -105/75 = -j1.4$. Il punto rappresentativo del carico giace sul cerchio esterno in corrispondenza della intersezione col cerchio $x = -1.4$ e del valore $l = 0.348\lambda$. Da qui, muovendosi lungo il cerchio esterno per una distanza $1.83\lambda - (3 \times 0.5\lambda) = 0.33\lambda$ si giunge in corrispondenza del valore sulla ghiera di 0.178λ che identifica l'impedenza di ingresso normalizzata $z_{in} = j2$, ovvero $Z_{in} = j150 \Omega$.

(b) Per un carico puramente reattivo si ha $r_L = 0$ e di conseguenza $|\rho| = 1$; dalla ghiera esterna degli angoli si ha la fase di ρ pari a circa -71° .

(c) Infine $S = \infty$.

3. (a) Posizionando il punto di carico $z_L = (100 - j150)/50 = (2 - j3)$ sulla carta di Smith si legge direttamente il modulo e la fase del coefficiente di riflessione: $\rho_L = 0.74 e^{-j26^\circ}$.

(b) Sulla carta delle ammettenze, partendo dal punto di carico $y_L = 1/(2 - j3) = 0.15 + j0.23$, ruotando verso il generatore a modulo del coefficiente di riflessione costante si interseca la circonferenza $g = 1$ dopo una rotazione $d = 0.192\lambda - 0.036\lambda = 0.156\lambda = 0.156 \cdot 0.3 = 0.0468 \text{ m}$, nel punto ove si ha $b = +2.2$. Lo stub deve quindi garantire una suscettanza $b = -2.2$ e pertanto deve essere lungo $l = 0.318\lambda - 0.25\lambda = 0.068\lambda = 0.068 \cdot 0.3 = 0.0204 \text{ m}$.

(c) Una suscettanza negativa è data da un induttore dove $jB = -j/(\omega L)$ e quindi $L = 1/(\omega b Z_0) = (2\pi \cdot 10^9 \cdot 2.2 \cdot 50) = 1.44 \text{ pH}$.

4. I dati del problema permettono di ottenere:

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{50 - 100}{50 + 100} = -\frac{1}{3};$$

$$\rho_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} = \frac{300 - 100}{300 + 100} = \frac{1}{2};$$

$$T = \frac{L}{v_p} = \frac{400}{200 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^{-6} = 2 \mu\text{s};$$

$$V_1^+ = \frac{V_g Z_0}{Z_g + Z_0} = \frac{200 \cdot 100}{300 + 100} = 50 \text{ V}.$$

Le onde dovute alle riflessioni successive sono di ampiezza $V_1^- = 50(-1/3) = -16.67 \text{ V}$, $V_2^+ = 50(-1/3)(1/2) = -8.33 \text{ V}$, $V_2^- = 50(-1/3)(1/2)(-1/3) = 2.78 \text{ V}$, $V_3^+ = 50(-1/3)(1/2)(-1/3)(1/2) = 1.39 \text{ V}$, $V_3^- = 50(-1/3)(1/2)(-1/3)(1/2)(-1/3) = -0.463 \text{ V}$ e così via.

Il diagramma della tensione è nullo fino a $t = 2 \mu\text{s}$, assume il valore di 33.34 V fino a $t = 6 \mu\text{s}$ e quello di $27,78 \text{ V}$ sino a $10 \mu\text{m}$. Si lascia allo studente il disegno.

5. La lunghezza d'onda di lavoro vale $\lambda = 3 \times 10^8 / 2.3 \times 10^9 = 13 \text{ cm}$. Il rumore alla stazione di terra è

$$N = KT_{sys}B = 1.38 \times 10^{-23} \times 305 \times 5 \times 10^9 = 21 \times 10^{-12} \text{ W} = -106.78 \text{ dBW}.$$

Il guadagno dell'antenna ricevente è:

$$G = \delta D = \delta \frac{A_{eff} 4\pi}{\lambda^2} = 0.55 \frac{\pi(64/2)^2 4\pi}{0.13^2} = 1.3156 \times 10^6 = 61.19 \text{ dB}.$$

Dalla formula di Friis si ha poi:

$$P_R = \frac{P_T G_T G_R}{A_0} = \frac{17 \times 10^{2.7} \times 1.3156 \times 10^6}{(4\pi 1.6 \cdot 10^{11} / 0.13)^2} = 4.686 \times 10^{-17} \text{ W} = -163.29 \text{ dBW}.$$

Il rapporto segnale rumore è quindi

$$SNR = \frac{P_R}{N} = \frac{4.686 \times 10^{-17}}{21 \times 10^{-12}} = 0.223 \times 10^{-5} = -56.51 \text{ dB}$$

o anche $-163.29 - (-106.78) = -56.51 \text{ dB}$.

6. (a) L'intensità di radiazione si annulla per

$$2\pi(a/\lambda)\sin\theta = \pi$$

da cui:

$$a = \frac{\lambda}{2 \sin(\pi/6)} = \frac{3 \times 10^8 / 200 \times 10^6}{2 \sin(\pi/6)} = 2.9 \text{ m}.$$

(b) Il FNBW vale 30°

(c) L'HPBW si ottiene imponendo che l'intensità di radiazione si dimezzi, ovvero:

$$2\pi(a/\lambda)\sin\theta = 1.39$$

da cui $\theta = (1.39/2\pi)(\lambda/a) = 0.114$ e quindi $HPBW = 0.228 \text{ rad} = 13^\circ$.

7. Dal diagramma si evince che l'HPBW è circa $84^\circ = 1.466 \text{ rad}$. La direttività può essere approssimata come:

$$D = \frac{4\pi}{HPBW_1 \cdot HPBW_2} = \frac{4\pi}{1.466 \cdot 1.466} = 5.8 = 7.6 \text{ dB},$$

da cui

$$A_{eff} = \frac{\lambda^2 D}{4\pi} = \frac{(3 \times 10^8 / 150 \times 10^6)^2 5.8}{4\pi} = 1.84.$$

L'area geometrica risulta quindi $A_{geom} = A_{eff} / \epsilon_{ap} = 2.57$ da cui il diametro $d = 1.84 \text{ m}$.

