Elettromagnetismo Applicato

II appello - Prova scritta del 27 gennaio 2015

1. Un'onda elettromagnetica a 2 MHz si propaga in un mezzo isotropo, lineare e stazionario con conducibilità σ = 24 S/m, permittività dielettrica relativa $\epsilon_r = 16$ e permeabilità magnetica relativa $\mu_r = 1$. Supponendo che la direzione di propagazione corrisponda con il verso positivo dell'asse x, che il campo elettrico abbia ampiezza massima 12 V/m e sia polarizzato lungo z, si ricavino: (a) l'espressione del vettore complesso rappresentativo del campo elettrico; (b) l'impedenza intrinseca del mezzo; (c) lo spessore di penetrazione; (d) la distanza alla quale l'ampiezza dell'onda si riduce a 1/10 del suo valore iniziale.

2. Una linea di trasmissione a 50 Ω è chiusa su un carico sconosciuto. L'impedenza di ingresso, misurata a una distanza pari a 0.125λ dal carico, vale (40-j70) Ω. Sulla carta di Smith fornita si individuino: (a) il valore dell'impedenza normalizzata di carico z_L; (b) il rapporto d'onda stazionaria; (c) modulo e fase del coefficiente di riflessione sulla sezione di carico.

3. Con riferimento ai dati dell'esercizio precedente si determinino le condizioni di adattamento con uno stub in parallelo.

4. Una linea di trasmissione ideale a 100 Ω è alimentata con un gradino di tensione a $V_g = 10$ V e $R_g = 75$ Ω e chiusa su un carico Z_L costituito da una coppia di resistenze in parallelo di 50 Ω ciascuna. Sapendo che il mezzo dielettrico che costituisce la linea ha $\epsilon_r = 16$ e che la linea è lunga 15 cm, tracciare il diagramma a rimbalzo per la tensione $V(z,t)$ e l'andamento della tensione nel punto intermedio della linea nell'intervallo tra t =0 e t = 10 ns.

5. L'intensità di radiazione di un'antenna è uniforme sul piano azimutale e vale:

$$I_r(\theta) = I_0 \, cos^2(2\theta) \qquad con \; 0 \leq \theta \leq \pi/2$$

   sul piano zenitale. Si calcolino: (a) la direzione di massima radiazione; (b) l'HPBW dell'antenna; (c) la direttività.

6. Un radiocollegamento a 200 MHz è formato da due dipoli corti posti alla distanza di 2 km. Supponendo che il rendimento di entrambi sia pari a 1 e che l'antenna trasmittente eroghi una potenza di 16 dBW, si calcoli la potenza ricevuta (a) nel caso in cui le due antenne siano allineate lungo la direzione di massimo dei loro diagrammi di radiazione; (b) nel caso in cui l'antenna ricevente sia inclinata di 45° e (c) nel caso in cui entrambe le antenne siano inclinate di 30° rispetto a tale direzione.

7. Data una schiera lineare uniforme di tipo broadside costituita da 10 elementi e operante a 150 MHz, si indichi, nel caso di progetto ottimo, (a) la spaziatura tra i dipoli e (b) l'ampiezza Δu e $\Delta\psi$ del lobo principale del fattore di schiera.

Risposte

1. Dai dati del problema si ricava:

$$R = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} = \frac{24}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 \frac{16}{36\pi} 10^{-9}} \approx 13500 >> 1$$

per cui è possibile utilizzare le formule approssimate per un buon conduttore. Si ottengono:

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 24}{2}} = 13.77\ 1/m$$

da cui il vettore complesso rappresentativo di $\overline{E}$:

$$\overline{E}(x) = 12e^{-13.77x}e^{-j13.77x}\hat{z}\ V/m \qquad (a)$$

Per l'impedenza intrinseca vale la formula approssimata:

$$\eta_c = (1+j)\frac{\alpha}{\sigma} = (1+j)\frac{13.77}{24} = 0.574 + j0.574 \qquad (b)$$

Lo spessore di penetrazione vale $\delta = 1/\alpha = 7.3$ cm (c).
L'ampiezza dell'onda si attenua a 1/10 del valore iniziale quando vale $e^{-\alpha x} = 0.1$, pertanto:

$$x = \frac{ln(0.1)}{-\alpha} = \frac{ln(0.1)}{-13.77} = 16.7\ cm \qquad (d).$$

2. L'impedenza di ingresso normalizzata vale

$$z_i = \frac{Z_i}{Z_L} = \frac{40-70}{50} = 0.8 - j1.4.$$

La risposta ai quesiti (a), (b), (c) è ottenuta graficamente in Fig. 1:

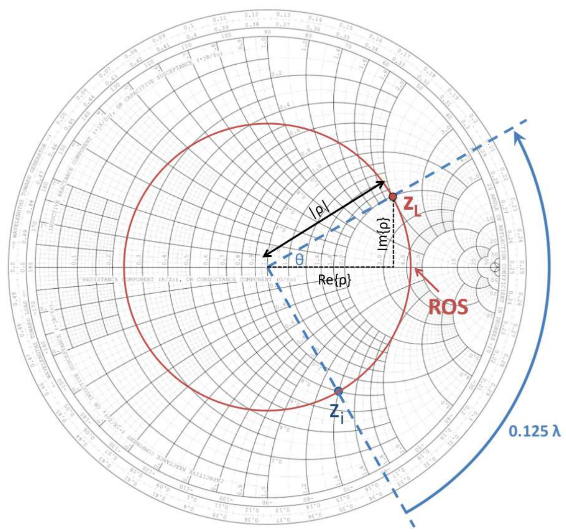

Figure 1: Risoluzione grafica dell'esercizio 2.

$$\begin{aligned} z_L &= 2 + j2 \\ ROS &= 4.25 \\ |\rho| &= 0.623 \end{aligned}$$

$$\theta = \angle\rho = \arctan\left(\frac{\Im(\rho)}{\ldots}\right) = 0.51\ rad \approx \pi/6\ rad$$

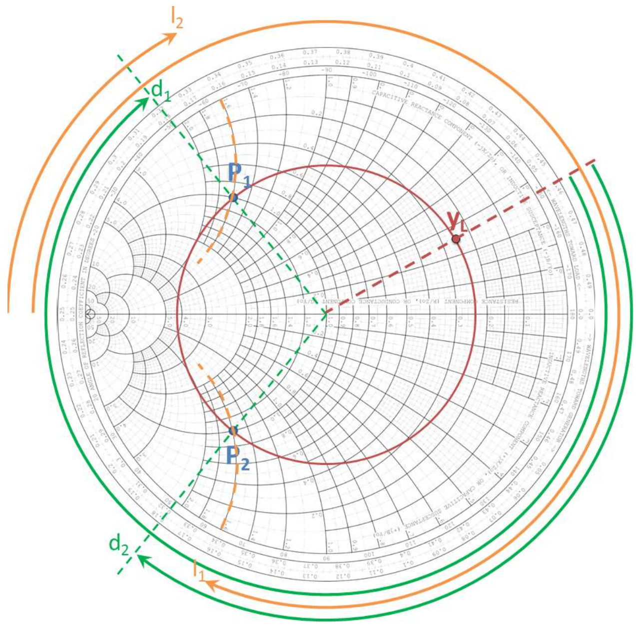

Figure 2: Risoluzione grafica dell'esercizio 3.

3. Le condizioni di adattamento mediante uno stub in parallelo sono ottenute graficamente dalla carta delle ammettenze in Fig. 2:

   - con una linea in c.c. di lunghezza $l_1 = 0.41\lambda$ a distanza $d_1 = 0.364\lambda$ dal carico, oppure
   - con una linea in c.c. di lunghezza $l_2 = 0.09\lambda$ a distanza $d_2 = 0.22\lambda$ dal carico.

4. Dai dati forniti si ricavano:

$$
\begin{aligned}
V_+ &= \frac{V_g Z_0}{Z_0 + R_g} = \frac{10 \cdot 100}{100 + 75} = 5.71\ V \\
Z_L &= \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{50}\right)^{-1} = 25\ \Omega \\
\rho_g &= \frac{R_g - Z_0}{R_g + Z_0} = \frac{75 - 100}{75 + 100} = -\frac{1}{7} \qquad \rho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{25 - 100}{25 + 100} = -\frac{3}{5} \\
v_p &= \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{16}} = 7.5 \cdot 10^7\ m/s \quad t = \frac{L}{v_p} = \frac{15 \cdot 10^{-2}}{7.5 \cdot 10^7} = 2\ ns
\end{aligned}
$$

a partire dai quali è possibile tracciare i grafici riportati in Fig. 3.

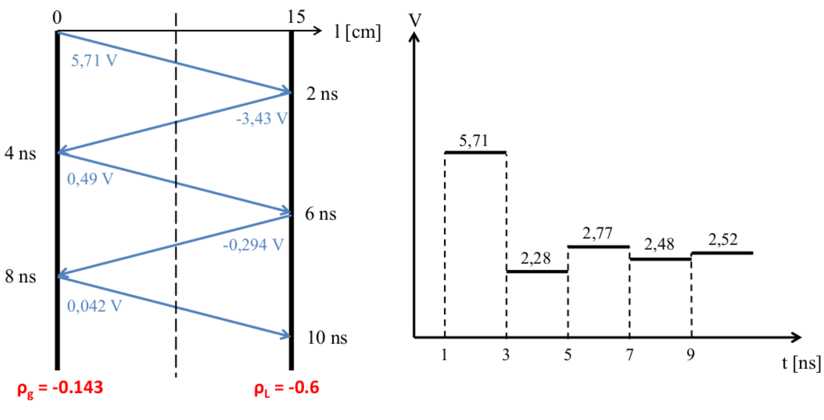

Figure 3: Soluzione dell'esercizio 4.

5. (a) La direzione di massima radiazione si ottiene per $cos^2(2\theta) = 1$, cioè $\theta = 0, \frac{\pi}{2}$.
L'HPBW è data da:

$$\begin{aligned} cos^2(2\theta) &= \frac{1}{2} \\ cos(2\theta) &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 2\theta &= \frac{\pi}{4} \\ \theta &= \frac{\pi}{8} \end{aligned}$$

(b) Per simmetria rispetto all'asse z, si ha $HPBW = \frac{\pi}{4}$.
(c) Per ricavare la direttività si può usare la formula approssimata.

6. Dalla formula di trasmissione di Friis si ha:

$$P_R = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 P_T G_T G_R i_T(\theta, \phi) i_R(\theta, \phi)$$

con $G_T = G_R = 1.5$ e $i_T(\theta, \phi) = i_R(\theta, \phi) = \sin^2(\theta)$ per il dipolo corto.
Sostituendo i dati del problema:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^6} = 1.5\ m$$

$$\begin{aligned} P_R &= \left(\frac{1.5}{4\pi \cdot 2 \cdot 10^3}\right)^2 \cdot 40 \cdot (1.5)^2 = 3.206 \cdot 10^{-7}\ W = 0.32\ \mu W \qquad (a) \\ P_R &= \left(\frac{1.5}{4\pi \cdot 2 \cdot 10^3}\right)^2 \cdot 40 \cdot (1.5)^2 \sin^2(45°) = 0.16\ \mu W \qquad (b) \\ P_R &= \left(\frac{1.5}{4\pi \cdot 2 \cdot 10^3}\right)^2 \cdot 40 \cdot (1.5)^2 \sin^4(90° - 30°) = 0.018\ \mu W \qquad (c) \end{aligned}$$

7. (a) La spaziatura tra gli elementi di una schiera broadside nel caso di progetto ottimo è data da $l = \lambda/2$. Pertanto:

$$l = \frac{3 \times 10^8}{2 \cdot 150 \times 10^6} = 1.0\, m.$$

(b) Il lobo principale del fattore di schiera è compreso tra $u = -\pi/10$ e $u = \pi/10$ e presenta pertanto un'ampiezza di $\Delta u = \pi/5 = 36°$. Essendo $u = (\pi l/\lambda)\, cos\psi$ si ha $\Delta\psi = 2\, arcsin(2/N) = 2\, arcsin(2/10) = 23°$.

Risposte ai quesiti

Esercizio 1

(a) __________ (b) __________

(c) __________ (d) __________

Esercizio 2

Individuare sulla carta di Smith allegata le risposte ai quesiti.

(a) __________ (b) __________ (c) __________

Esercizio 3

Esercizio 4

Esercizio 5

(a) __________ (b) __________

(c) __________

Esercizio 6

(a) __________ (b) __________

(c) __________

Esercizio 7

(a) __________

(b) __________ , __________